



ФИЗИЧЕСКИЙ
ФАКУЛЬТЕТ
МГУ ИМЕНИ
М.В. ЛОМОНОСОВА



teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

КАРАВАЕВ
ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ

ФИЗФАК МГУ

КОНСПЕКТ ПОДГОТОВЛЕН
СТУДЕНТАМИ, НЕ ПРОХОДИЛ
ПРОФ. РЕДАКТУРУ И МОЖЕТ
СОДЕРЖАТЬ ОШИБКИ.
СЛЕДИТЕ ЗА ОБНОВЛЕНИЯМИ
НА [VK.COM/TEACHINMSU](https://vk.com/teachinmsu).

ЕСЛИ ВЫ ОБНАРУЖИЛИ
ОШИБКИ ИЛИ ОПЕЧАТКИ,
ТО СООБЩИТЕ ОБ ЭТОМ,
НАПИСАВ СООБЩЕСТВУ
[VK.COM/TEACHINMSU](https://vk.com/teachinmsu).



БЛАГОДАРИМ ЗА ПОДГОТОВКУ КОНСПЕКТА
СТУДЕНТА ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ
АНДРЕЕВСКОГО АЛЕКСАНДРА ЕВГЕНЬЕВИЧА



Оглавление

Лекция 1	6
Предмет молекулярной физики.....	6
Атомы и молекулы	6
Силы притяжения и отталкивания.....	7
Статистические распределения.....	8
Основные понятия теории вероятности	10
Лекция 2	12
Плотность вероятности	12
Биномиальное распределение	17
Лекция 3	19
Дисперсия.....	19
Распределение Пуассона.....	20
Распределение Гаусса	21
Лекция 4	22
Распределение Максвелла	22
Распределение молекул по компонентам скорости	22
Распределение по величине скорости	24
Лекция 5	28
Распределение Больцмана	28
Условие теплового равновесия двух систем.....	31
Лекция 6	33
Давление газа с точки зрения МКТ	33
Вывод уравнения Менделеева-Клапейрона	34
Законы идеального газа.....	34
Температура	35
Идеально газовая шкала температур	36
Теорема о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы	36
Лекция 7	38
Броуновское движение.....	38
Газокинетические характеристики газа.....	39
Лекция 8	41

Поперечное сечение и вероятность взаимодействия	41
Рассеяние молекулярного пучка в газе.....	42
Диффузия.....	42
Вязкость (Внутреннее трение)	43
Теплопроводность	43
Лекция 9	45
Процессы в разреженных газах	45
Молекулярное течение.....	45
Явления переноса в жидкостях	46
Явления переноса в твердых телах	46
Нестационарные процессы	47
Лекция 10	49
Первое начало термодинамики	49
Важнейшие процессы в идеальном газе.....	50
Политропические процессы	53
Реальные газы: $U=U(T, V)$	53
Лекция 11	55
Закон Дюлонга и Пти	55
Модель Эйнштейна	55
Модель Дебая.....	55
Циклические процессы	56
Цикл Карно.....	57
Лекция 12	59
Энтропия.....	59
Цикл Карно в (T, S)	60
Расширение идеального газа в пустоту	62
Энтропия и вероятность.....	62
Третье начало термодинамики (Тепловая теорема Нернста).....	63
Лекция 13	64
Термодинамические потенциалы.....	64
Фазовые переходы первого рода.....	64
Уравнение Клапейрона-Клаузиуса (для фазовых переходов первого рода)	65
Лекция 14	66
Фазовые переходы второго рода.....	66

Реальные газы, жидкости, твердые тела.....	66
Правило площадей Максвелла	69
Лекция 15	70
Критические параметры газа Ван-дер-Ваальса	70
Закон собственных состояний.....	70
Потенциал Леннарда-Джонса.....	71
Эффект Джоуля-Томсона.....	71
Методы получения низких температур.....	72
Лекция 16	74
Поверхностные явления в жидкостях.....	74
Давление под искривленной поверхностью жидкости.....	74
Смачивание и несмачивание	75
Капиллярные явления	76
Кристаллы	76

Лекция 1

Предмет молекулярной физики

Молекулярная физика – изучает строение и свойства тел, исходя из молекулярно-кинетических представлений.

С течением времени, исходя из них была сформулирована отдельная теория – молекулярно-кинетическая. (В будущем будем называть ее МКТ для удобства).

Основные положения МКТ:

1. Все тела состоят из мельчайших частиц
2. Все частицы находятся в непрерывном движении
3. Между частицами существуют силы притяжения и отталкивания

Экспериментальные факты, которые подтверждают вышеперечисленные положения – диффузия и броуновское движение.

Атомы и молекулы

Масса

Единица массы - $\frac{1}{12} m_{12C}$, где $12C$ – изотоп углерода

Относительная атомная масса A :

$$A = \frac{m_{\text{ат}}}{\frac{1}{12} m_{12C}}, \text{ где } m_{\text{ат}} - \text{масса атома.} \quad 1 \leq A \leq 10^2$$

Относительная молекулярная масса M :

$$A = \frac{m_{\text{мол}}}{\frac{1}{12} m_{12C}}, \text{ где } m_{\text{мол}} - \text{масса молекулы.} \quad 1 \leq A \leq 10^5$$

Количество вещества μ :

Определяется количеством структурных элементов атомов и молекул, из которых это вещество состоит. $[\mu] = [\text{моль}]$

1 моль – это количество вещества, которое содержит столько структурных элементов, сколько атомов в 12 граммах изотопа углерода.

1 моль любого вещества содержит одно и то же число структурных элементов. Это число, называется **числом Авогадро**: $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Молярная масса μ – масса одного моля вещества.

$$\mu = m_{\text{мол}} N_A = M \frac{1}{12} m_{12\text{C}} \frac{12(\text{г})}{m_{12\text{C}}} = M(\text{г})$$

Размеры

H_2O :

$$\mu = 18 \frac{\text{г}}{\text{моль}}, \rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3};$$

1 моль – 18 см^3 .

$$\text{Объем } V = \frac{18 \text{ см}^3}{6,02 \cdot 10^{23}} \approx 3 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3$$

$$\text{Диаметр } D \sim \sqrt[3]{V} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ см}$$

Взаимодействия атомов и молекул

- 1) Ионная ($\text{Na}^+ \text{Cl}^-$)
- 2) Ковалентная (N_2, O_2)

Силы притяжения и отталкивания

Сила отталкивания $F_{\text{отт}} \sim \frac{1}{r^{13}}$, где r – расстояние между молекулами.

Сила притяжения $F_{\text{пр}} \sim \frac{1}{r^7}$.

Агрегатные состояния

Газ: $|U_{\text{пот}}| \ll W_{\text{кин}}$

Жидкость: $|U_{\text{пот}}| \sim W_{\text{кин}}$

Твердое тело: $|U_{\text{пот}}| \gg W_{\text{кин}}$

В данном случае $U_{\text{пот}}$ – потенциальная энергия взаимодействия между молекулами, а $W_{\text{кин}}$ – кинетическая энергия молекул.

Методы описания системы, состоящей из большого числа частиц

- 1) Динамический – теоретически возможный, но неосуществим с технической точки зрения
- 2) Статистический
- 3) Термодинамический

Статистические распределения

Идеальный газ – совокупность точечных материальных частиц, не взаимодействующих на расстоянии и сталкивающихся по закону соударения упругих шаров.

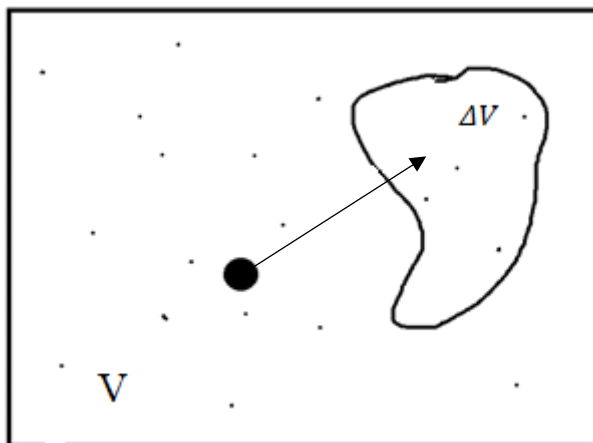


рис.1. Частица в объёме V.

Нахождение в объеме ΔV выделенной молекулы, взятой из объема V это случайное событие. Случайными событиями занимается *теория вероятности*.

Пример:

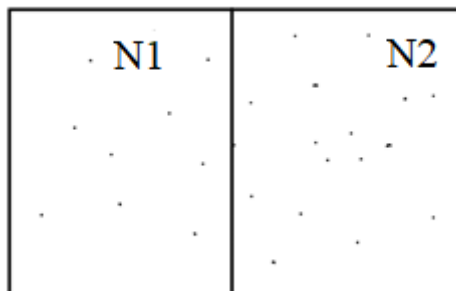


рис.2. Распределение частиц в объёме.

$$N1 + N2 = N; N1 \sim N2 \sim \frac{N}{2}$$

$N1 = N, N2 = 0$. Рассмотрим какова вероятность такого события:

1) $N=1$

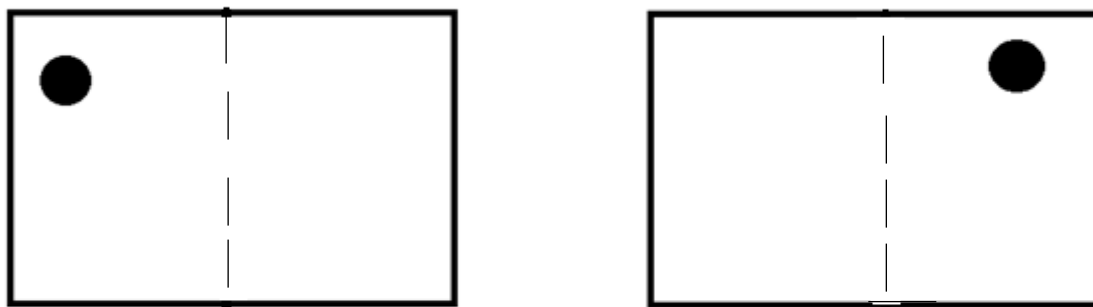


рис.3. Случай при $N1 = N, N2 = 0$.

$\Gamma = 2^1 = 2$, где Γ -число микросостояний.

2) $N=2 \rightarrow \Gamma = 2^2 = 4$

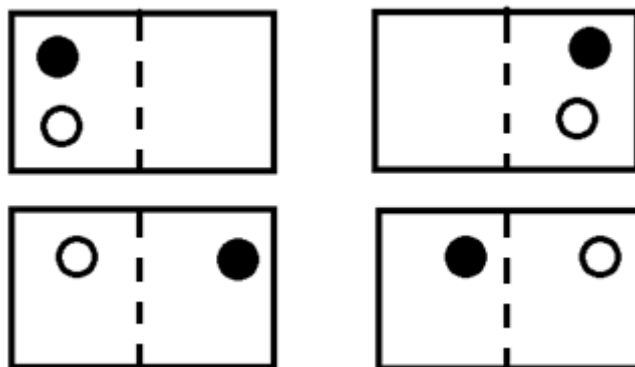


рис.4. Возможные макросостояния.

Таким образом, возвращаясь к исходному вопросу:

$$P(N_1 = N) = P(N_1 = 0) = \frac{1}{2^n}$$

$$P(N_1) = \frac{C_N^{N_1}}{2^N}, \text{ где } C_N^{N_1} \text{ - число сочетаний из } N \text{ по } N_1.$$

Основные понятия теории вероятности

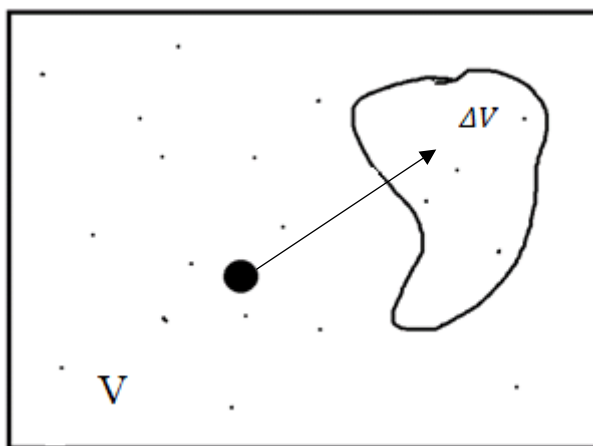


рис.5. Частица в объёме V .

Вероятность события A

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N(A)}{N}, \text{ где } N \text{ - общее число испытаний, а } N(A), \text{ число успешных испытаний}$$

Априорная вероятность

$$P(A) = \frac{\text{Число равновозможных случаев}(A)}{\text{Общее число равновозможных случаев}}$$

Элементы комбинаторики

Размещение - группы по m элементов из n , отличающихся как набором элементов, так и порядком элементов внутри группы

$$A_n^m = n(n-1)(n-2) \dots, \text{ где } m \text{ множителей}$$

Перестановки - группы по m элементов из n , отличающихся порядком элементов внутри группы.

$$P_m = m!$$

Сочетания - группы по m элементов из n , отличающихся набором элементов внутри группы.

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! m!}$$

Замечание!

$$A_n^m = C_n^m P_m$$

Лекция 2

Основные понятия теории вероятности

Во многих случаях случайная величина изменяется непрерывным образом (скорость, координаты молекул). Поэтому определение вероятности, данное в прошлой лекции, становится неэффективным.

В случае непрерывно изменяющейся величины вводят функцию *плотности вероятности*.

Плотность вероятности

Плотность вероятности скорости в проекции на OX:

$$dP(v_x) = \varphi(v_x) dv_x$$

Здесь $dP(v_x)$ – вероятность того, что x -компонента скорости молекулы заключена в интервале $[v_x; v_x + dv_x]$.

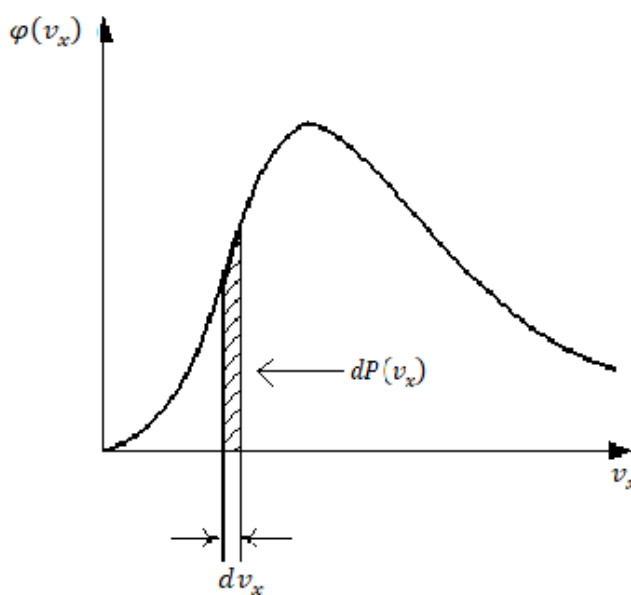


рис.6. График плотности вероятности.

Условие нормировки функции плотности вероятности:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v_x) dv_x = 1$$

Если говорить о пространственном положении частицы, то можно ввести новую функцию $f(x, y, z)$ и тогда:

$$dP(x, y, z) = f(x, y, z) dx dy dz = f(x, y, z) dV$$

Здесь $dP(x, y, z)$ – вероятность того, что молекула оказалась в выбранном объеме dV в окрестности точки с координатами (x, y, z) .

Условие нормировки функции плотности вероятности:

$$\int_V f(x, y, z) dV = 1$$

Если нас интересует вероятность нахождения молекулы в конечном объеме V_1 , то ее можно найти по такой формуле:

$$P(V_1) = \int_{V_1} f(x, y, z) dV$$

С другой стороны, вероятность $dP(x, y, z)$ можно представить в виде:

$dP(x, y, z) = \frac{dN(x, y, z)}{N}$, где N – общее число молекул идеального газа, а dN – число молекул, попавшее в объем V в окрестности точки (x, y, z) .

Тогда, $dN(x, y, z) = N f(x, y, z) dV$.

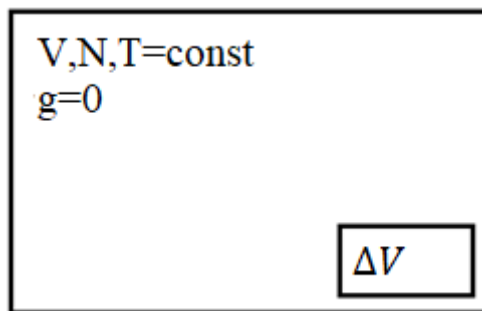


рис.7. Объем ΔV .

$$f(x, y, z) = f_0$$

$$\int_V f_0 dV = 1 \Rightarrow f_0 = \frac{1}{V}$$

$$p(\Delta V) = \int_{\Delta V} f_0 dV = \frac{\Delta V}{V}$$

$$N(\Delta v) = NP(\Delta v) = \frac{N\Delta V}{V}$$

Основные теоремы теории вероятности

1) Сложение вероятностей (либо, либо)

Допустим, что у нас есть 2 события взаимоисключающие друг друга.

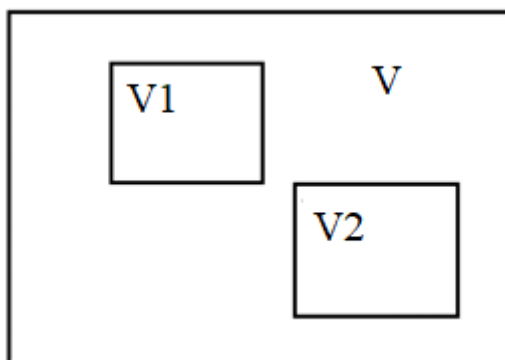


рис.8. Объемы $V1$ и $V2$.

$$p(V_1 + V_2) = \frac{V_1 + V_2}{V} = \frac{V_1}{V} + \frac{V_2}{V} = p(V_1) + p(V_2)$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Следствие:

Пусть A, B, C, \dots - это полный набор всех возможных взаимоисключающих событий.

$$\text{Тогда ясно, что } P(A + B + C + \dots) = P(A) + P(B) + P(C) + \dots = 1$$

Условие нормировки:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

2) Умножение вероятностей (как, так и)

Допустим, что теперь объемы перекрываются (рис.9):

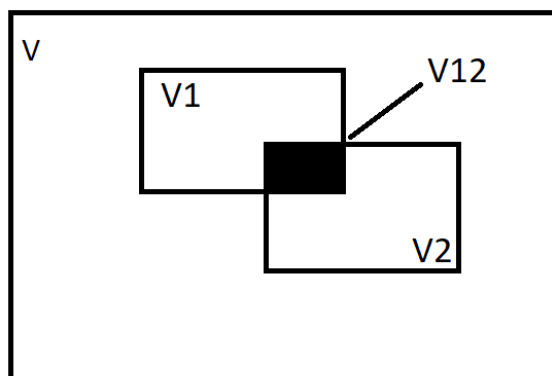


рис.9. Перекрывание объёмов.

Условная вероятность:

$$P(V_1 / V_2) = \frac{V_{12}}{V_2} = \frac{V_{12} / V}{V_2 / V} = \frac{P(V_{12})}{P(V_2)}$$

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$P(AB) = P(A / B)P(B) = P(B / A)P(A)$$

Независимые события:

$$P(A / B) = P(A)$$

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

Среднее значение

Допустим, что величина N принимает значения x_1, x_2, \dots, x_N . Тогда выборочное среднее N равно:

$$\langle x \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Если $N \rightarrow \infty$, то тогда это выборочное среднее будет стремиться к истинному среднему, которое называется *математическим ожиданием*:

$$\langle x \rangle = \text{Мож}(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j N_j = \sum_{j=1}^N x_j P_j$$

$$\langle x \rangle = \sum_{j=1}^N x_j P_j$$

Дисперсия

Характеризует разброс случайной величины около ее среднего значения

$$\sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$$

$$\sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 - 2x \langle x \rangle + \langle x \rangle^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

Биномиальное распределение

Микросостояние – состояние макроскопической системы, охарактеризованное настолько подробно, что заданы состояния всех образующих систему частиц.

Макросостояние – состояние системы, заданное с помощью макропараметров, характеризующих систему в целом.

Термодинамическая вероятность (статистический вес) – число микросостояний, посредством которых реализуется данное макросостояние.

Постулат равной вероятности

Если система находится в равновесии, то все доступные ей микросостояния равновероятны.

$P_\alpha = \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma}$, где Γ_α – число микросостояний, соответствующих данному макросостоянию, α -номер макросостояния, Γ – общее число микросостояний.

Эргодическая гипотеза:

Среднее по ансамблю равно среднему по времени

$$\langle N_1 \rangle_a = \lim_{N_a \rightarrow \infty} \frac{l}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} (N_1)_i$$

$$\langle N_1 \rangle_t = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{l}{T} \sum_{j=1}^n (N_1)_j (\Delta t)_j, \text{ где } T = \sum_{j=1}^n (\Delta t)_j$$

$$\langle N_1 \rangle_a = \langle N_1 \rangle_t$$

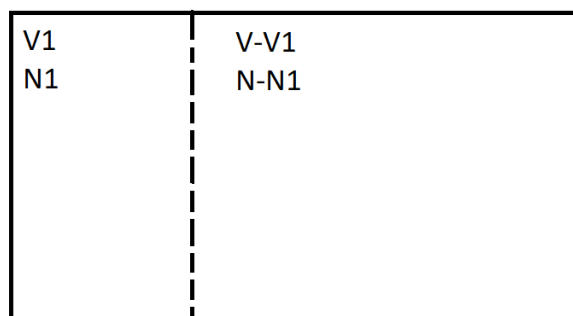


рис.10. Объём V_1 .

Вероятность p попадания молекулы в левую половину и вероятность q попадания в правую соответственно равны (рис.10):

$$p = \frac{V_1}{V}; q = \frac{V - V_1}{V}; p + q = 1$$

$$P(N_1) = ?$$

$$P(N_1) = C_N^{N_1} \underbrace{p \cdot p \cdot p \cdots}_{N \text{ раз}} \underbrace{q \cdot q \cdot q \cdots}_{N-N_1 \text{ раз}}$$

$$P(N_1) = C_N^{N_1} p^{N_1} q^{N-N_1}$$

Можно так же считать, что p – вероятность, с которой молекула находится в благоприятном состоянии, а q - вероятность, с которой молекула НЕ находится в благоприятном состоянии.

Лекция 3

Среднее значение макропараметра

$$\langle N_1 \rangle = \sum_{N_1=0}^N N_1 P(N_1)$$

i -ая частица:

$$u_i = \begin{cases} 1, & p \text{ (частица в } V_1) \\ 0, & q \text{ (частица вне } V_1) \end{cases}$$

$$\langle N_1 \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N u_i \right\rangle = N(1 \cdot p + 0 \cdot q) = Np$$

$$\boxed{\langle N_1 \rangle = Np}$$

Дисперсия

Характеризует разброс случайной величины около ее среднего значения

$$\sigma^2 = \langle N_1^2 \rangle - \langle N_1 \rangle^2$$

$$\left\langle \left(\sum_{i=1}^N u_i \right)^2 \right\rangle - N^2 p^2 = \left\langle \left(\sum_{i=1}^N u_i \right)^2 \right\rangle + \left\langle \sum_{i \neq j} u_i u_j \right\rangle - N^2 p^2 =$$

$$Np + N(N-1)p^2 - N^2 p^2 = Np(1-p) = Npq$$

$$\boxed{\sigma = \sqrt{Npq}}$$

Относительная флуктуация

$$\delta = \frac{\sigma}{\langle N_1 \rangle} = \frac{\sqrt{Npq}}{Np} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{q}{p}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{V - V_1}{V_1}}$$

1) Если $V_1 \rightarrow V \Rightarrow \delta \rightarrow 0$

2) $v_1 \ll v \Rightarrow \delta \approx \frac{1}{\sqrt{\langle N_1 \rangle}}$

Предельные случаи биномиального распределения

Распределение Пуассона

Условия применения:

$$\begin{cases} N \rightarrow \infty \\ p \ll 1 \end{cases}$$

$$\langle N_1 \rangle = Np \ll N$$

Будем рассматривать, что:

$$N_1 \ll N$$

Получим формулу распределения:

$$P(N_1) = C_N^{N_1} p^{N_1} q^{N-N_1} = \frac{N(N-1) \dots (\langle N_1 \rangle)}{N_1!} \left(\frac{\langle N_1 \rangle}{N} \right)^{N_1} \left(1 - \frac{\langle N_1 \rangle}{N} \right)^{N-N_1} \approx$$

$$\frac{N^{N_1}}{N_1!} \frac{\langle N_1 \rangle^{N_1}}{N^{N_1}} \left(1 - \frac{\langle N_1 \rangle}{N} \right)^N$$

Найдем приближение последнего множителя:

$$y = \left(1 - \frac{\langle N_1 \rangle}{N} \right)^N$$

$$\ln y = N \ln \left(1 - \frac{\langle N_1 \rangle}{N} \right) \approx N \left(-\frac{\langle N_1 \rangle}{N} \right) = -\langle N_1 \rangle \Rightarrow$$

$$y = e^{-\langle N_1 \rangle}$$

$$\frac{\langle N_1 \rangle^{N_1}}{N_1!} e^{-\langle N_1 \rangle}$$

$$P(N_1) = \frac{\langle N_1 \rangle^{N_1}}{N_1!} e^{-\langle N_1 \rangle}$$

$$\bar{x} = 0,5$$

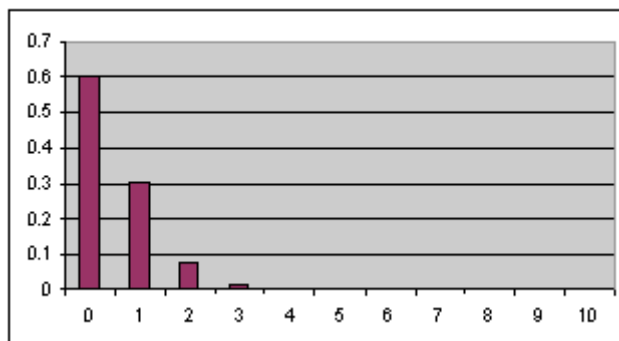


рис.11. График распределения Пуассона.

Распределение Гаусса

Условия выполнения:

$$\begin{cases} N \rightarrow \infty \\ N_1 \sim \langle N_1 \rangle \\ \langle N_1 \rangle = Np \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$P(N_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Npq}} e \left[-\frac{(N_1 - Np)^2}{2Npq} \right]$$

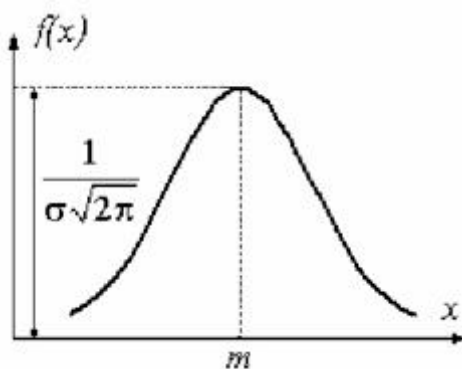


рис.12. График распределения Гаусса.

Лекция 4

Распределение Максвелла

Это распределение молекул газа по скоростям, которое устанавливается в результате большого числа соударений, которое испытывает каждая молекула в единицу времени.

Распределение молекул по компонентам скорости

Найдем функцию плотности вероятности:

$$dP(v_x) = \varphi(v_x) dv_x$$

$$dP(v_y) = \varphi(v_y) dv_y$$

$$dP(v_z) = \varphi(v_z) dv_z$$

Можно перемножить эти вероятности, тогда мы получим:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z) dv_x dv_y dv_z$$

Так как распределение скоростных точек в пространстве скоростей сферически симметрично, то можно ввести функцию $f(v) = \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z)$

$$\ln f(v) = \ln \varphi(v_x) + \ln \varphi(v_y) + \ln \varphi(v_z) \left| \frac{\partial}{\partial v_x} \right.$$

$$\frac{f'(v)}{f(v)} \frac{\partial v}{\partial v_x} = \frac{\varphi'(v_x)}{\varphi(v_x)}; \frac{\partial v}{\partial v_x} = \frac{v_x}{v}$$

$$\frac{1}{v} \frac{f'(v)}{f(v)} = \frac{1}{v_x} \frac{\varphi'(v_x)}{\varphi(v_x)} = -\alpha$$

$$\frac{\varphi'(v_x)}{\varphi(v_x)} = -\alpha v_x$$

$$\boxed{\varphi(v_x) = A e^{\frac{-\alpha v_x^2}{2}}}$$

Константа A определяется из условия нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v_x) dv_x = 1$$

Температура

Температура – мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул. (Не всеобъемлющее определение)

$$\langle \frac{mv^2}{2} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Вывод уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \frac{mv^2}{2} \rangle = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT = nkT = \frac{N}{V} kT$$

Отсюда следует, что

$$pV = NkT = N_A \nu RT = \nu RT$$

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle = \frac{kT}{m}$$

Найдем теперь α :

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{kT}{m} = \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 \varphi(v_x) dv_x =$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{\frac{-\alpha v_x^2}{2}} dv_x =$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \left[-2 \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-\alpha v_x^2}{2}} dv_x \right] = -2\sqrt{\alpha} \left(-\frac{1}{2} \alpha^{-\frac{3}{2}} \right) = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{m}{kT}}$$

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$$

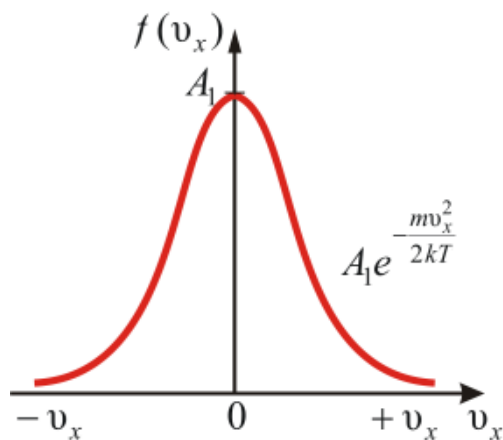


рис.13. Распределение Максвелла.

$$\langle v_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v_x \varphi(v_x) dv_x = 0$$

Распределение по величине скорости

$$dP(v) = F(v)dv$$

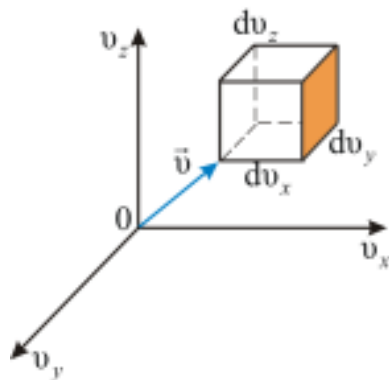


рис.14. Разложение вектора скорости.

$$dP(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv_x dv_y dv_z$$

Если мы возьмем на расстоянии v от начала координат такой же объем, как и на рис.14, то число скоростных точек в нем будет таким же. Скоростные точки, за которыми стоят молекулы, у которых скорость от v до $v + dv$ лежат в шаровом слое.

Поэтому мы должны перейти к интегрированию по элементу объема по шаровому слою.

$$dP(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv$$

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Проанализируем эту функцию:

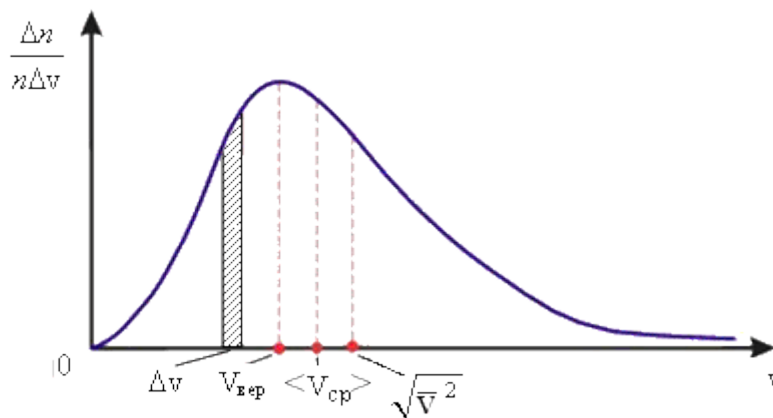


рис.15. Скорость газовых молекул.

$$\frac{dF(v)}{dv} = 0 = v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v F(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$V_{\text{ср.кв}} = \left(\int_0^{\infty} v^2 F(v) dv \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Условие классического рассмотрения

Рассматриваем объем V в газе, на который в среднем приходится 1 частица (рис.16)

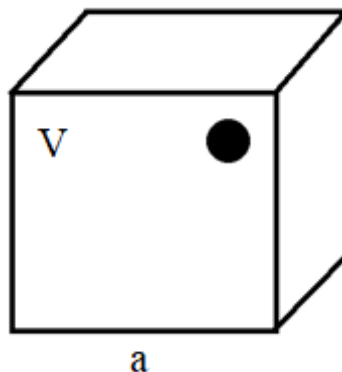


рис.16. Объем V .

Длина волны Де Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$, где h – постоянная Планка, a p – импульс

Длина волны Де Бройля характеризует масштаб делокализации частицы.

$$a \gg \lambda$$

$$a \gg \frac{h}{p}$$

$$V \gg \left(\frac{h}{p}\right)^3 ; V = \frac{1}{n}$$

$$n \left(\frac{h}{p}\right)^3 \ll 1$$

$$\frac{n^{1/3} h}{mv} \ll 1$$

$$\frac{n^{1/3} h}{m} \left(\frac{m}{3kT}\right)^{1/2} \ll 1 \Rightarrow T \gg \frac{n^{2/3} h^2}{3mk} \Rightarrow T \gg T_{\text{выр}}, \text{ где } T_{\text{выр}} \text{ – это температура вырождения.}$$

Примеры:

1) Электронный газ в металле

$$T_{\text{выр}} \sim 10^5 \text{ К}$$

2) Газ Гелий

$$T_{\text{выр}} \sim 10^{-1} \text{ К}$$

Лекция 5

Распределение Больцмана

Это распределение молекул по плотности, которое устанавливается в потенциальном силовом поле. Если распределение Максвелла — это распределение по скоростям, то распределение Больцмана — это распределение по координатам, потому что потенциальная энергия зависит от координат.

Барометрическая формула - формула, показывающая изменение давления газа с высотой (рис.17).

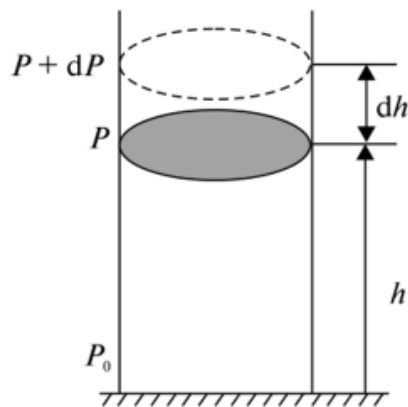


рис.17. Цилиндр с газом.

$$p - (p + dp) = \rho g dh \Rightarrow dp = -\rho g dh$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow \rho = \frac{\mu P}{RT}$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{-\mu g}{RT} dh$$

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$$

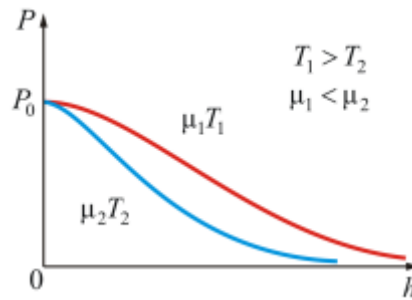


рис.18. Изменение $P(h)$ с температурой.

$$p = nkT; p_0 = nkT; \frac{\mu}{R} = \frac{m}{k}$$

Тогда барометрическая формула приобретает вид:

$$n = n_0 e^{\frac{-mgh}{kT}}$$

Больцман предположил, что данная формула справедлива не только для поля сил земного тяготения, но и для произвольного стационарного потенциального силового поля, и для произвольной совокупности частиц типа идеального газа, находящегося в состоянии хаотического теплового движения.

$$n = n_0 e^{\frac{U(x,y,z)}{kT}} |dxdydz$$

$$dN = n_0 e^{\frac{U(x,y,z)}{kT}} dxdydz$$

$$dP(x, y, z) = A e^{\frac{U(x,y,z)}{kT}} dxdydz$$

В данном случае это вероятность попадания молекулы в объем $dxdydz$ в окрестности точки с координатами (x, y, z) , в которой потенциальная энергия имеет значение U .



рис.19. Изменение температуры с высотой.

Рассмотрим распределение Больцмана на примере газа в центрифуге:

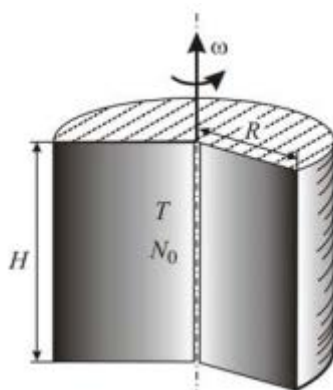


Рис.20. Центрифуга с газом.

$$f = m\omega^2 R - \text{центробежная сила}$$

Данной силе можно сопоставить потенциальную энергию $u(r)$:

$$u(r) = -\frac{m\omega^2 R^2}{2}$$

Следовательно,

$$n(r) = n_0 e^{\frac{m\omega^2 R^2}{2kT}}$$

$$N = \int_0^R n(R) 2\pi R H dR$$

$$T \rightarrow \infty \Rightarrow p(R) = \langle n \rangle kT$$

$$T \rightarrow 0 \Rightarrow p(R) = \frac{N}{2\pi R H} m \omega^2 R$$

Условие теплового равновесия двух систем

$$\frac{\partial \ln \Gamma(E_1)}{\partial E_1} = \frac{\partial \ln \Gamma(E_2)}{\partial E_2}$$

$$\frac{\partial \ln \Gamma(E)}{\partial E} = \frac{1}{kT} \Rightarrow T_1 = T_2$$

Идеальный газ

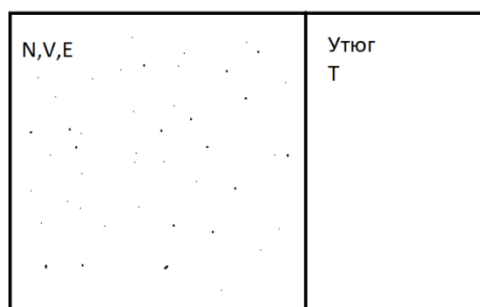


рис.21. Газ в объёме V .

$$\Gamma(N, V, E) = C V^N E^{3/2 N}$$

$$\frac{\partial \ln \Gamma}{\partial E} = \frac{3}{2} N \frac{1}{E} = \frac{1}{kT}$$

$$E = \frac{3}{2} N kT$$

Две подсистемы (рис. 22)

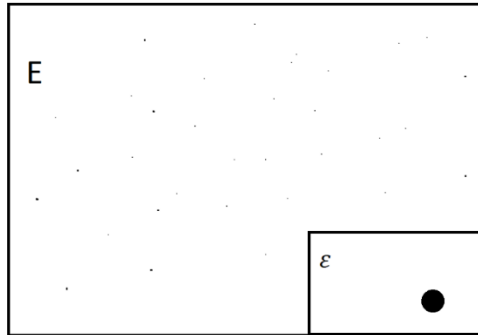


рис.22. Подсистемы.

$$E + \varepsilon = E_0; \varepsilon \ll E$$

$$P(\varepsilon) = \frac{\Gamma(E)}{\Gamma_0} = \frac{1}{\Gamma_0} \Gamma(E_0 - \varepsilon) =$$

$$\frac{1}{\Gamma_0} e^{\ln \Gamma(E_0 - \varepsilon)} = A e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$\boxed{P(\varepsilon) = A e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}} \text{ — распределение Гиббса}$$

Лекция 6

Основы МКТ

Давление газа с точки зрения МКТ

Давление газа на стенки сосуда – есть результат ударов молекул об эту самую стенку (рис.23).

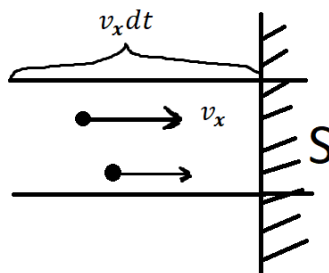


рис.23. Ударение молекул об стенку.

$$dn(v_x) = n\varphi(v_x) dv_x$$

$$\begin{aligned}(dP)_{\text{имп}} &= \int_0^{\infty} (2mv_x)(n\varphi(v_x)dv_x)(v_x S dt) = \\ &= 2mnSdt \frac{1}{2} \langle v_x^2 \rangle\end{aligned}$$

Давление

$$P = \frac{dp}{S dt} = 2mn \frac{1}{2} \langle v_x^2 \rangle$$

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

Отсюда следует, что

$$P = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle$$

Эта формула удобна тем, что она связывает между собой микроскопическую характеристику $\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle$ и макроскопическую P .

Комментарии к выводу:

- 1) Не все молекулы в объеме $v_x S dt$ обладают компонентой скорости v_x , летя по направлению к стенке
- 2) Не учитывается соударения молекул
- 3) Не учитывается закон взаимодействия молекул со стенкой
- 4) По смыслу $\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle$ – это средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Вывод уравнения Менделеева-Клапейрона

$$P = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT = nkT = \frac{N}{V} kT$$

$$PV = NkT = N_A \nu kT$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

Законы идеального газа

- 1) Бойля-Мариотта

Для данной массы газа при $T = const$ произведение давления P на объем V есть величина постоянная.

$$PV = const$$

- 2) Закон Гей-Люссака

Для данной массы газа при $P = const$ объём постоянной массы газа пропорционален абсолютной температуре.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

- 3) Закон Шарля

Для данной массы газа при $V = \text{const}$ давление постоянной массы газа пропорционально абсолютной температуре.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

4) Закон Дальтона

$$p = nkT = (n_1 + n_2 + \dots)kT = p + p_2 + \dots$$

5) Закон Авогадро

$$PV = NkT$$

В одинаковых объемах разных газов при одинаковых давлении и температуре содержится одно и то же число молекул.

Температура

Температура – мера нагретости тел. Нагретость измеряют по характеристикам материальных тел, зависящим от этой самой нагретости.

Термометрическое тело – тело, используемое для измерения нагретости

Термометрическая величина – величина, которая зависит от температуры.

Для построения шкалы температур требуется найти две фиксированные ее точки. Так называемые *реперные точки*.

$1^\circ = \frac{l_2 - l_1}{t_2 - t_1}$, где l_2 – длина стержня при температуре кипящей воды, l_1 – при температуре тающего льда

$$t = t_1 + \frac{l_t - l_1}{l_2 - l_1} (t_2 - t_1)$$

Температурные шкалы

1) Цельсий:

$$t_2 = 100; t_1 = 0$$

2) Реомюр:

$$t_2 = 80; t_1 = 0$$

3) Фаренгейт:

$$t_2 = 212; t_1 = 32$$

Идеально газовая шкала температур

$$T_2 - T_1 = 100$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1,3661 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} T_1 = 273,15 \\ T_2 = 373,15 \end{cases}$$

В системе СИ идеально-газовую шкалу принято определять только по одной реперной точке, а именно по *тройной точке воды*. Это температура, при которой все три фазы воды находятся в равновесии.

$$T_{\text{тр}} = 273,16$$

Термометры

- 1) Идеально-газовые (Калибровочные). $1\text{K} \leq T \leq 10^3\text{K}$
- 2) Жидкостные $-200\text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 600\text{ }^\circ\text{C}$
- 3) Термометры сопротивления $-200\text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 1100\text{ }^\circ\text{C}$
- 4) Термопары $-200\text{ }^\circ\text{C} \leq t \leq 1400\text{ }^\circ\text{C}$

Теорема о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы

N частиц – f степеней свободы

$$(q_1, q_2, \dots, q_f)$$

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1, q_2, \dots, q_f)$$

$$\vec{V}_i = \dot{\vec{r}}_i = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_f} \dot{q}_f$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^f a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^f a_i \dot{q}_i^2$$

$$\left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mv_y^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mv_z^2}{2} \right\rangle = \frac{1}{3} \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{kT}{2}$$

Внутренняя энергия одного моля газа

$$U = \frac{i}{2} k T N_A$$

$$i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{кол}}$$

$$n_{\text{пост}} = 3$$

$$n_{\text{вращ}} = \begin{cases} 2, \text{ если молекула линейная} \\ 3, \text{ если молекула нелинейная} \end{cases}$$

$$n_{\text{кол}} = \begin{cases} 3N - 5, \text{ если молекула линейная} \\ 3N - 6, \text{ если молекула нелинейная} \end{cases}$$

Лекция 7

Броуновское движение

Броуновское движение – беспорядочное, не прекращающееся ни на мгновение движение мелких частиц с размерами порядка 10^{-4} см взвешенных в жидкости или газе.

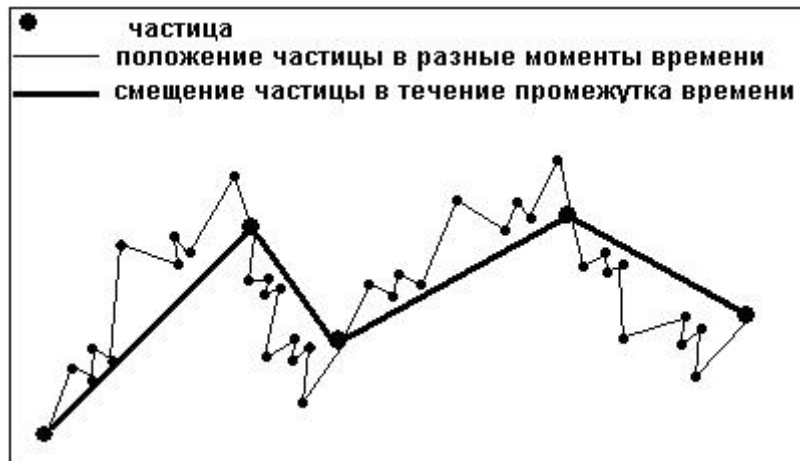


рис.24. Броуновское движение.

$$\vec{r}_n = \sum_{i=1}^n \vec{q}_i$$

$$\langle r_n^2 \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^n \vec{q}_i^2 \right\rangle = \sum_{i=1}^n \langle q_i^2 \rangle + \sum_{i \neq j} \langle \vec{q}_i \vec{q}_j \rangle = nb^2 = \frac{tb^2}{\Delta t} = \alpha t$$

$$\langle r^2 \rangle = \alpha t$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle r^2 \rangle = \frac{1}{3} \alpha t; \alpha = ?$$

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} - 6\pi\eta a \dot{\vec{r}}$$

$$m\ddot{x} = F_x - 6\pi\eta a \dot{x}$$

$$mx\ddot{x} = xF_x - 6\pi\eta ax\dot{x}$$

$$\frac{m}{2} \frac{d^2 \langle x^2 \rangle}{dt^2} - m \left\langle \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right\rangle = \langle XF_x \rangle - 3\pi\eta a \frac{d \langle x^2 \rangle}{dt}$$

$$\alpha = \frac{kT}{\pi\eta a}$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{kT}{\pi\eta a} t; \quad \langle x^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi\eta a} t \quad \text{— Формула Эйнштейна}$$

Опыты Перрена

$$\Delta t = 30c$$

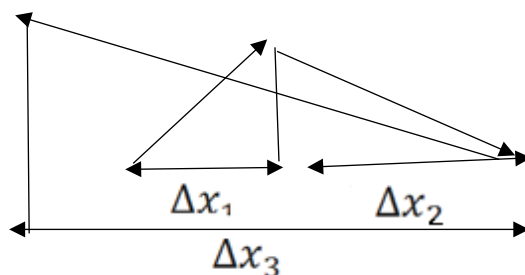


рис.25. Движение молекулы.

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi\eta a} \Delta t \Rightarrow N_A = \frac{R}{k}$$

Газокинетические характеристики газа

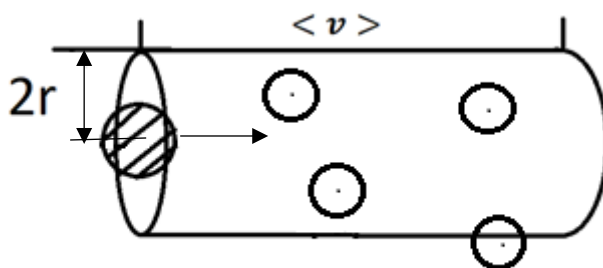


рис.26. Газ в цилиндрическом объёме.

$$z = 4\pi r^2 \langle v \rangle n; \quad \langle v_{\text{отн}} \rangle = ?$$

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\langle v_{\text{отн}}^2 \rangle = \langle v_2^2 \rangle + \langle v_1^2 \rangle - 2\langle v_1 v_2 \rangle = 2\langle v^2 \rangle$$

$$(v_{\text{отн}})_{\text{ср.кв}} = \sqrt{2}v_{\text{ср.кв}}$$

$$\sigma = 4\pi r^2$$

$z = \sigma\sqrt{2} \langle v \rangle n$ -среднее число соударений, которое испытывает каждая молекула в единицу времени.

Средняя длина свободного пробега – среднее расстояние, которое проходит молекула между двумя последовательными соударениями

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}$$

Оценка:

$$z \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$$

$$\lambda \sim 10^{-7} \text{ м}$$

Лекция 8

Напомним, что раньше были выведены следующие величины:

$$z = \sqrt{2} \langle v \rangle \sigma n$$

$$\sigma = 4\pi r^2$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n}$$

Замечания:

$$1) \lambda \sim \frac{1}{p}$$

$$2) \lambda \sim \frac{1}{\sigma}$$

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{S}{T}\right), \text{ где } S\text{-постоянная Сёзерленда}$$

Поперечное сечение и вероятность взаимодействия

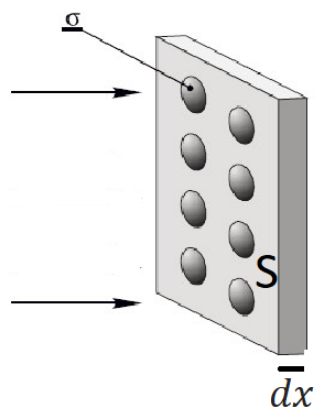


рис.27. Поперечное сечение.

$$dP = \frac{\sigma n S dx}{S} = \sigma n dx$$

$$\sigma = \frac{1}{n} \frac{dP}{dx}$$

$$\left. \begin{array}{l} dx \rightarrow \lambda \\ dP \rightarrow 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\sigma n}$$

Рассеяние молекулярного пучка в газе

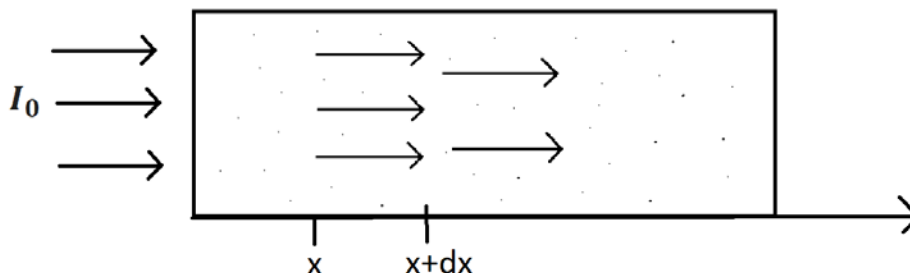


рис.28. Поток в газе.

$$dI = I(x + dx) - I(x) < 0$$

$$dI = -I dp = -I \sigma n dx$$

$$I = I_0 e^{-\sigma n x} = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

Явления переноса

Явления переноса в газах

Диффузия

Диффузия – процесс проникновения двух или нескольких соприкасающихся веществ друг в друга.

Подчиняется следующему закону (закон Фика):

$$J_N = -D \frac{dn}{dx}$$

где J_N – плотность потока молекул, D – коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle$$

Поток – число молекул, которые пересекают площадку площадью S перпендикулярно направлению диффузии.

Плотность потока – поток, отнесенный к единице площади.

Замечания:

- 1) $\lambda \sim \frac{1}{p} \Rightarrow D \sim \frac{1}{p}$
- 2) $\langle v \rangle \sim \sqrt{T} \Rightarrow D \sim \sqrt{T}$
- 3) Самодиффузия!

Вязкость (Внутреннее трение)

Подчиняется закону Ньютона-Стокса:

$$J_L = -\eta \frac{du}{dx}$$

где J_L - плотность потока импульса, η - коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda \langle v \rangle$$

Замечания:

- 1) $\rho \sim n; \lambda \sim \frac{1}{n} \Rightarrow \eta$ не зависит от P
- 2) $\eta \sim \sqrt{T}$
- 3) η проще других измеряется

Теплопроводность

Подчиняется закону Фурье:

$$J_Q = -\chi \frac{\partial T}{\partial x}$$

где J_Q - плотность потока тепла, χ - коэффициент теплопроводности

$$\chi = \frac{1}{3} \rho \lambda \langle v \rangle C_v$$

Замечания:

- 1) $\rho \sim n; \lambda \sim \frac{1}{n} \Rightarrow \chi$ не зависит от P
- 2) $\chi \sim \sqrt{T}$
- 3) $m_1 < m_2 \Rightarrow \chi_1 > \chi_2$

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle; \eta = \frac{1}{3} \rho \lambda \langle v \rangle; \chi = \frac{1}{3} \rho \lambda \langle v \rangle C_v$$

$$\eta = \rho D$$

$$\frac{\eta}{\rho} - \text{кинематическая вязкость}$$

$$\kappa = \eta C_v = D \rho C_v$$

Все три процесса можно объединить

$$N_1 = N_2 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle$$

$$\begin{aligned} J_G &= \frac{1}{6} n \langle v \rangle (G'_1 - G'_2) = \\ &= -\frac{1}{3} n \lambda \langle v \rangle \frac{dG}{dx} \end{aligned}$$

$$\boxed{J_G = -\frac{1}{3} n \lambda \langle v \rangle \frac{dG}{dx}} - \text{уравнение переноса.}$$

Диффузия: $G = \frac{n_{\text{диф}}}{n}$

Вязкость: $G = \tau u$

Теплопроводность: $G = \frac{ikT}{2}$

Лекция 9

Процессы в разреженных газах

Диффузия:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \Rightarrow l \langle v \rangle$$

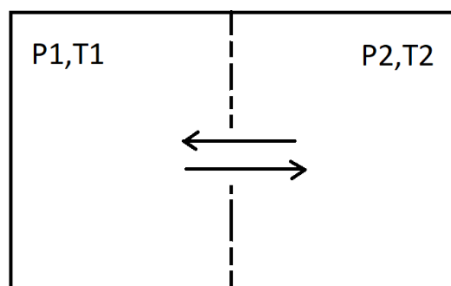


рис.29. Диффузия.

Условие равновесия:

$$\frac{p_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{p_2}{\sqrt{T_2}}$$

Теплопроводность

Теплопроводность \rightarrow Теплопередача

$$J_Q = -\chi \frac{T_2 - T_1}{l}$$

$$\chi = \frac{1}{3} \rho \lambda \langle v \rangle C_v \Rightarrow \chi = \frac{1}{3} \rho l \langle v \rangle C_v$$

Молекулярное течение

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \eta l} \Rightarrow V \sim \langle v \rangle; V = \frac{R^3 \Delta p}{l}$$

Явления переноса в жидкостях

В жидкостях понятие длины свободного пробега отсутствует, так как молекулы находятся близко друг к другу и расстояние между ними порядка размера молекулы.

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \Rightarrow D \sim \delta \frac{\delta}{t_{oc}} = \frac{\delta^2}{t_{oc}}, \text{ где } t_{oc} - \text{ время оседлой жизни}$$

$$t_{oc} \sim 10^{-10} \text{ с}$$

$$T_{кол} \sim 10^{-12} \text{ с}$$

$$P \sim e^{-\frac{w}{kT}}; t_{oc} \sim \frac{1}{P} \sim e^{\frac{w}{kT}} \Rightarrow D = D_0 e^{-\frac{w}{kT}}$$

$$\eta \sim t_{oc} \Rightarrow \boxed{\eta = C e^{\frac{w}{kT}}} - \text{ формула Френкеля – Андраде}$$

Явления переноса в твердых телах

Диффузия

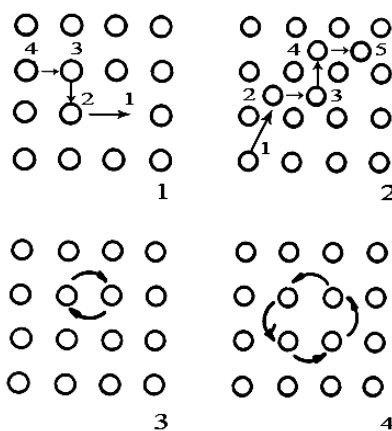


рис.30. Виды диффузии в тв. телах.

- 1) Движение вакансий (1)
- 2) Обмен атомами в узлах (3,4)
- 3) Движение по междоузлиям (2)

Теплопроводность

$$\kappa = \frac{1}{3} \rho \lambda \langle v \rangle C v \Rightarrow \frac{1}{3} \rho \lambda_{\phi} v_{3B} C v$$

	$D, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\kappa, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\eta, \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$
Газ	$\sim 10^{-4} \div 10^{-5}$	$\sim 10^{-3} \div 10^{-2}$	$\sim 10^{-5}$
Жидкость	$\sim 10^{-9}$	~ 1	$\sim 10^{-3} \div 10^{-4}$
Твердое тело	$\sim 10^{-17}$	$\sim 10^1 \div 10^2$	

Нестационарные процессы

Диффузия

$$\Delta N = -[J_n(x + \Delta x) - J_n(x)]S\Delta t =$$

$$= -\frac{\partial J_n}{\partial x} \Delta x S \Delta t$$

$$J_n = -D \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$-\frac{\partial J_n}{\partial x} \Delta x S \Delta t = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \Delta x S \Delta t$$

$$\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta N}{\Delta x S \Delta t} = \frac{\partial n}{\partial t}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

Теплопроводность

$$\Delta Q = -[J_Q(x + \Delta x) - J_Q(x)]S\Delta t =$$

$$= -\frac{\partial J_Q}{\partial x} \Delta x S \Delta t$$

$$J_Q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{C_v M} = \frac{\Delta Q}{C_v \rho S \Delta x} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{\Delta x \Delta t}{C_v \rho S \Delta x}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho C_v} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Термодинамика. Общие понятия

Общее начало термодинамики

Каково бы ни было исходное состояние тел изолированной термодинамической системы, она в конце концов придет в состояние равновесия, в котором прекратятся все макроскопические процессы.

Нулевое начало термодинамики – принцип транзитивности температуры.

Квазистатический (квазиравновесный) процесс – процесс, который состоит из непрерывно следующих друг за другом состояний равновесия.

Второе начало термодинамики - энтропия изолированной системы не убывает со временем.

Лекция 10

Первое начало термодинамики

$\delta Q = dU + \delta A$, где δQ – количество теплоты, получаемое системой, dU – внутренняя энергия, δA – работа, совершаемая системой

$$U_{\text{мол}} = \frac{i}{2} k T N_A = \frac{i}{2} R T$$

В данном случае δU – функция состояния.

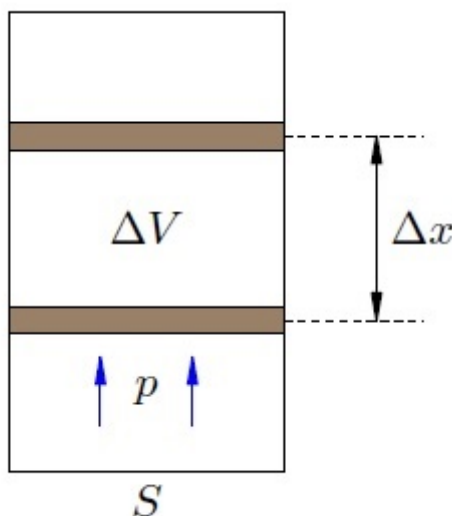


рис.31. Изменение объёма газа.

$$\delta A = p S dx = p dV$$

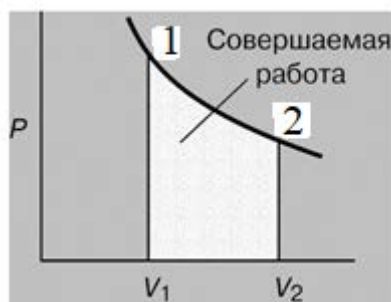


рис.32. График работы в PV-координатах.

$$A_{12} = \int_1^2 p dV$$

Так как внутренняя энергия является функцией состояния, то можно написать следующую формулу:

$$\int_1^2 dU = U_2 - U_1$$

НО НЕ!

$$\int_1^2 dA = A_2 - A_1$$

$$\int_1^2 dQ = Q_2 - Q_1$$

Важнейшие процессы в идеальном газе

1) Изотермический: $T = \text{const}$

Так как $T = \text{const}$, следовательно $U = \text{const}$

$$(\delta Q)_T = \delta A = p dV$$

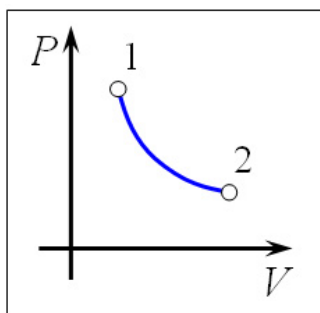


рис.33. Изотермический процесс.

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2) Изохорический: $V=\text{const}$

Так $V=\text{const}$, следовательно $\delta A = 0$

$$(\delta Q)_v = dU = C_v dT$$

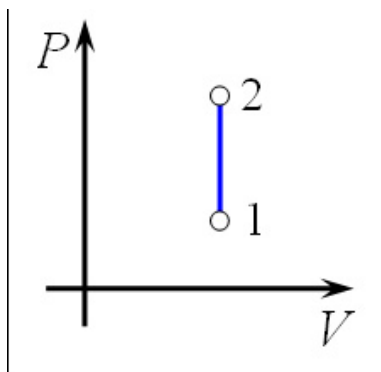


рис.34. Изохорический процесс.

3) Изобарический: $P=\text{const}$

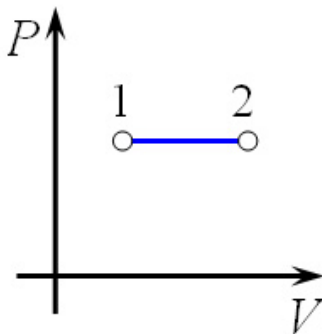


рис.35. Изобарический процесс.

$$(\delta Q)_p = dU + p dv = C_v dT + R dT = (C_v + R)dT = C_p dT$$

$$\boxed{C_v + R = C_p} \text{ — уравнение Майера}$$

4) Адиабатический: $\delta Q = 0$

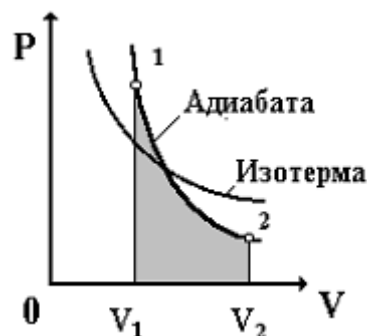


рис.36. Графики изотермы и адиабаты.

$$0 = C_v dT + P dV$$

$$\frac{C_v dT}{RT} + \frac{p dv}{pv} = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{C_p - C_v}{C_v} \frac{dv}{v} = 0$$

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dv}{v} = 0; \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$\boxed{PV^\gamma = \text{const}} \text{ — уравнение Пуассона}$$

Теплоемкость

Теплоемкость — есть отношение бесконечно малого количества теплоты, подведенного к системе, к соответствующему изменению ее температуры.

$$c = \frac{\delta Q}{dT}$$

$$[c_{\text{уд}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; [c_{\text{мол}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Политропические процессы

Политропические процессы – это процессы, в которых теплоемкость “с” остается постоянной.

$$C dT = C_v dT + p dV$$

$$(C_v - C)dT + p dV = 0;$$

$$\frac{(C_v - C)}{RT} dT + \frac{p dV}{pV} = 0;$$

$$\frac{(C_p - C_v)}{C_v - C} \frac{dV}{V} + \frac{dT}{T} = 0$$

$$TV^{\frac{C_p - C_v}{C_v - C}} = const$$

$$\left(1 + \frac{C_p - C_v}{C_v - C} = \frac{C_p - C}{C_v - C}\right)$$

$$pV^n = const; n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

Реальные газы: $U=U(T, V)$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT + [p + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T] dV$$

$$C_v = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v$$

$$C_p = C_v + [p + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$p(V - b) = RT$$

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

$$U_{\text{пот}} = \int_V^{\infty} -\frac{a}{V^2} dV = -\frac{a}{V}$$

$$U = C_v T - \frac{a}{V} \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2}$$

Лекция 11

Теплоемкость твердых тел

Закон Дюлонга и Пти

$$U_{\text{мол}} = 3kTN_A = 3RT \Rightarrow \boxed{C_v = 3R} \text{ -закон Дюлонга и Пти.}$$

Согласно данному закону, молярная теплоемкость простых твердых тел при комнатной температуре стремится к $3R$. Во многих случаях это так, но при низких температурах классическая теория теплоемкости и закон равномерного распределения энергии по степеням свободы не работают. Выход из этой ситуации был предложен Эйнштейном.

Модель Эйнштейна

Эйнштейн предположил, что все атомы в узлах кристаллической решетки колеблются с одной и той же частотой, но энергия этих частиц (осцилляторов) квантуется, то есть принимает дискретный набор значений.

$$E = nh\nu + \frac{h\nu}{2}; n = 0, 1, 2 \dots$$

$$\boxed{\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}} \text{ — средняя энергия осциллятора}$$

Вместо:

$$\langle \varepsilon \rangle = kT$$

Теория Эйнштейна объясняет зависимость теплоемкости от температуры, объясняет то, что теплоемкость стремится к нулю при низких температурах, но закон получается не тот, который следует из эксперимента.

Модель Дебая

На выручку Эйнштейну пришел Дебай, который несколько усовершенствовал теорию теплоемкости Эйнштейна. В данном случае атомы в узлах представляются как система связанных осцилляторов. То есть существует набор разных частот. Общее движение можно представить как суперпозицию нормальных колебаний (мод). Число частот определяется числом степеней свободы.

$$h\nu_{\text{max}} = k\theta_D, \text{ где } \theta_D \text{ — температура Дебая}$$

$$T \gg \theta_D \Rightarrow C_v \approx 3R$$

$$T \rightarrow 0 \Rightarrow C_v \approx T^3$$

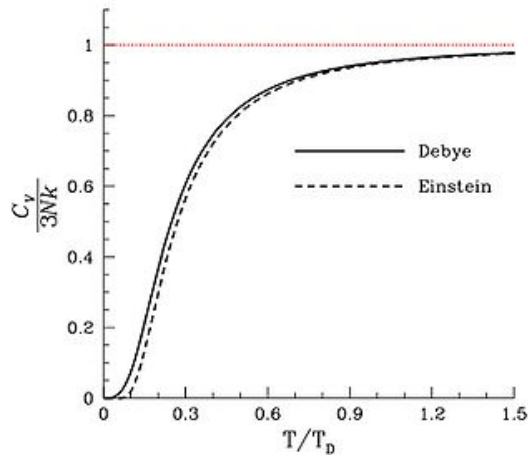


рис.37. Графики моделей Дебая и Эйнштейна.

Циклические процессы

Цикл- совокупность изменений состояния, в результате которых исходное состояние восстанавливается.

Принцип Кельвина:

Невозможен циклический процесс, единственным результатом которого было бы производство работы за счёт охлаждения теплового резервуара.

Тепловые механизмы

$$\eta = \frac{\text{Польза}}{\text{Затраты}}$$

1) Тепловой двигатель

$$\eta_{\text{тд}} = \frac{A_{\text{полн}}}{(Q_+)_{\text{нагр}}} = \frac{\text{Работа, совершаемая р. т.}}{\text{Теплота, полученная от нагревателя}}$$

2) Холодильная машина

$$\eta_{\text{хм}} = \frac{(Q_+)_{\text{хол}}}{A_{\text{полн}}} = \frac{\text{Теплота, полученная от холодильника}}{\text{Работа над р. т.}}$$

3) Тепловой насос

$$\eta_{\text{тн}} = \frac{(Q_-)_{\text{нагр}}}{A_{\text{полн}}} = \frac{\text{Теплота, отданная нагревателю}}{\text{Работа над р. т.}}$$

План при решении задач:

- 1) Определить тип механизма
- 2) A_{ij}
- 3) Q_{ij}
- 4) η

Цикл Карно

Цикл Карно – цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат.

Тепловая машина Карно:

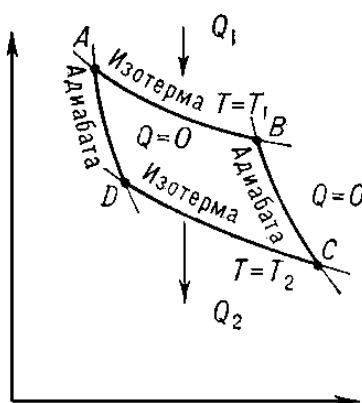


рис.38. Цикл Карно.

$$\eta_k = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Холодильная машина Карно

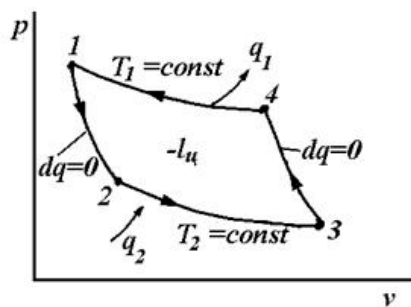


рис.39. Цикл Карно.

Равенство Клаузиуса

Для произвольного кругового обратимого процесса сумма приведенных теплот в цикле Карно равна нулю.

$$\frac{Q_+}{T_1} + \frac{Q_-}{T_2} = 0 \Rightarrow \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Лекция 12

Энтропия

Ранее было сказано о равенстве Клаузиуса

$$\frac{Q_+}{T_1} + \frac{Q_-}{T_2} = 0 \Rightarrow \oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\boxed{\frac{\delta Q}{T} = dS}$$

Разность энтропий равна количеству приведенной теплоты, которую получает система при переходе из одного состояния в другое по любому пути. (Переход должен быть квазистатическим)

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = S_2 - S_1$$

Основное термодинамическое тождество для квазистатических процессов:

$$TdS = dU + pdV$$

Энтропия идеального газа

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{p dV}{T}; \quad (PV = RT)$$

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Цикл Карно в (T,S)

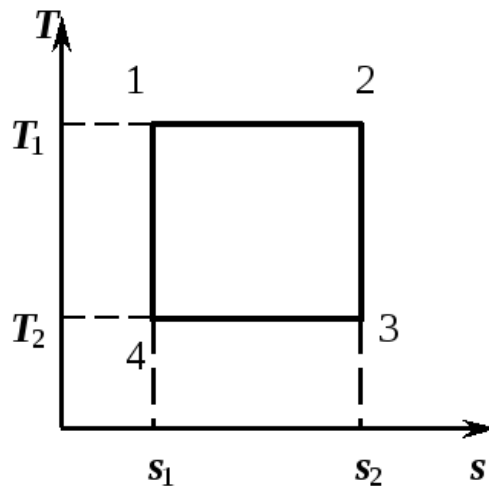


рис.40. Цикл Карно в TS-координатах.

$$Q_+ = T_1(S_2 - S_1) > 0$$

$$Q_- = T_2(S_1 - S_2) < 0$$

$$\eta = 1 + \frac{Q_-}{Q_+} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Третья теорема Карно

КПД обратимого цикла Карно больше, чем КПД любого обратимого цикла, в котором максимальная и минимальная температуры равны соответственно температурам нагревателя и холодильника цикла Карно.

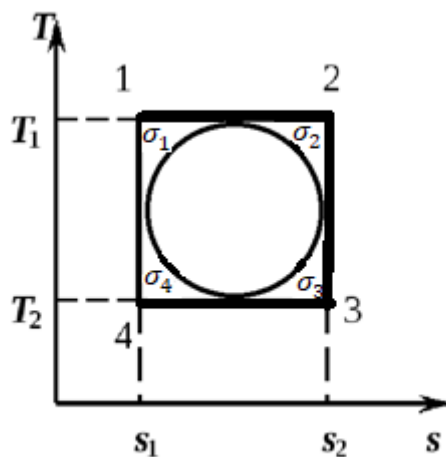


рис.41. Графики цикла Карно и другого обратимого цикла.

$$Q_+ = (Q_+)_k - (\sigma_1 + \sigma_2)$$

$$A_{\text{полн}} = (A_{\text{полн}})_k - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)$$

$$\eta = \frac{A_{\text{полн}}}{Q_+} < \eta_k$$

Закон возрастания энтропии

В адиабатической изолированной системе энтропия возрастает.

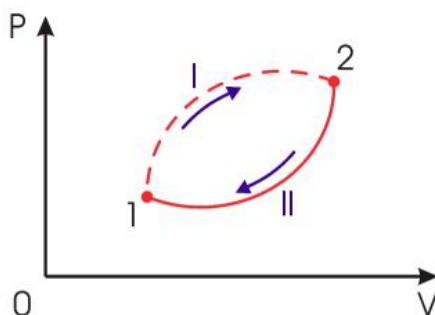


рис.42. Необратимый круговой термодинамический процесс.

$$\int_I \frac{\delta Q}{T} + \int_{II} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

$$\Delta S \geq 0$$

Рассмотрим данный закон на примере расширения идеального газа в пустоту

Расширение идеального газа в пустоту

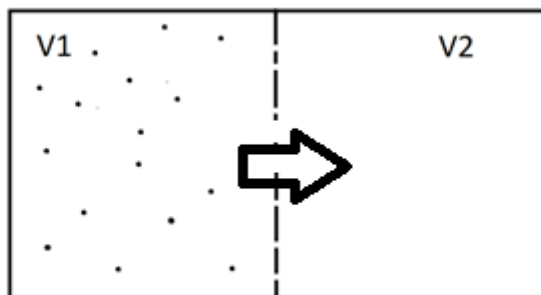


рис.43. Расширение газа в вакуум.

$$\Delta Q = 0; \Delta A = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$$

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1} > 0$$

Так как $\Delta T = 0$, то:

$$\Delta S = R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1}$$

Энтропия и вероятность

Ранее было сказано, что энтропия изолированной системы возрастает. Возрастает она до тех пор, пока система не примет равновесное состояние. Можно сказать, что увеличение энтропии системы означает переход в состояние, имеющее большую вероятность.

$$S = f(P); P = \frac{\Gamma}{\Gamma_0}$$

$$\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4$$

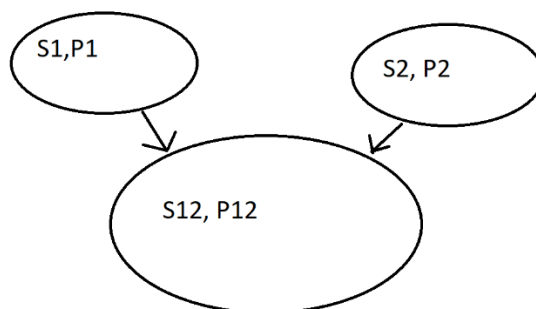


рис.44. Переход в равновесное состояние.

$$S_{12} = S_1 + S_2; P_{12} = P_1 P_2;$$

$$f(P_1 P_2) = f(P_1) + f(P_2)$$

Энтропия является мерой беспорядка

$$[S = k \ln \Gamma] - \text{формула Больцмана}$$

Третье начало термодинамики (Тепловая теорема Нернста)

При $T \rightarrow 0$ приращение энтропии стремится к конечному пределу, не зависящему от того, в каком конечном состоянии окажется система.

$$S - S_0 = \int_{T_0}^T \frac{\delta Q}{T} \leftarrow \text{сходится при } T \rightarrow 0$$

Все квазистатические процессы, переводящие систему из одного равновесного состояния в другое при температуре близкой к нулю происходят без изменения энтропии.

Следствия:

- 1) $(C_p, C_v) \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$
- 2) $\alpha_p = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \rightarrow 0$, при $T \rightarrow 0$
- 3) $\alpha_V = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \rightarrow 0$, при $T \rightarrow 0$
- 4) $T = 0$ не достижим!

Лекция 13

Термодинамические потенциалы

$T dS = dU + p dV$ – основное термодинамическое тождество

- 1) U – внутренняя энергия

$$dU = T dS - p dV$$

- 2) H – энтальпия. $H = U + pV$

$$dH = T dS - p dV + p dV + V dp = T dS + V dp$$

- 3) F – свободная энергия. $F = U - TS$

$$dF = T dS - p dV - T dS - S dT = -S dT - p dV$$

- 4) z – Термодинамический потенциал Гиббса. $z = F + pV$

$$dz = -S dT - p dV + p dV + V dp = -S dT + V dp$$

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V ; -p = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S$$

$$T = \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_V ; V = \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_S$$

$$-S = \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V ; -p = \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_S$$

$$-S = \left(\frac{\partial z}{\partial T} \right)_p ; V = \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right)_T$$

Фазовые переходы

Фаза – совокупность всех частей термодинамической системы, одинаковых по своим химическим и физическим свойствам, не зависящим от количества вещества.

Фазовые переходы первого рода

Это переходы, при которых термодинамический потенциал Гиббса непрерывен, а его первые производные терпят разрыв.

$$dz = -S dT + V dp$$

$$\Delta S \neq 0 \Rightarrow T \Delta S \neq 0 \Rightarrow \Delta Q \neq 0 \text{ – скрытая теплота перехода}$$

$$\Delta V \neq 0 \Rightarrow \Delta p \neq 0$$

Примеры:

- 1) Испарение
- 2) Плавление

- 3) Возгонка, или сублимация
- 4) $\alpha - Fe \rightarrow \gamma - Fe$

Уравнение Клапейрона-Клаузиуса (для фазовых переходов первого рода)

$$Z_1(T, p) = Z_2(T, p)$$

$$\delta A = dp(V_2 - V_1)$$

$$\eta = \frac{\delta A}{Q_+} = \frac{dp(V_2 - V_1)}{L}$$

$$\text{С другой стороны, } \eta = 1 - \frac{T - dT}{T} = \frac{dT}{T}$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q}{T(V_1 - V_3)}$$

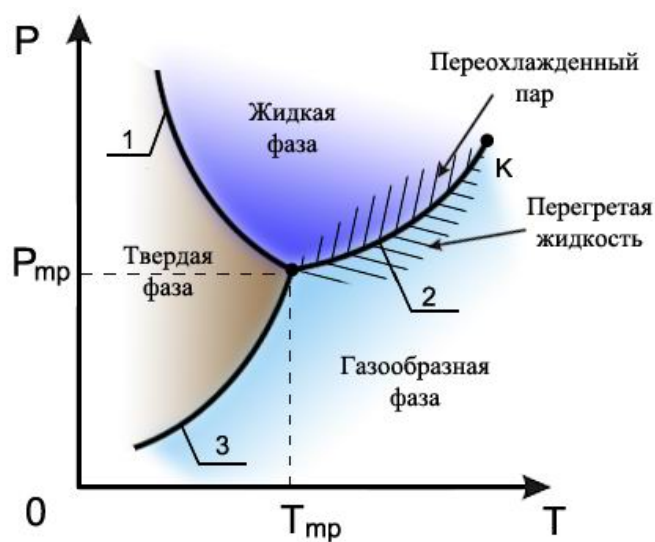


рис.45. Фазовые переходы.

Лекция 14

Фазовые переходы второго рода

Это переходы, при которых термодинамический потенциал Гиббса и его первые производные непрерывны, а вторые производные терпят разрыв. Это значит, что в данном случае нет скрытой теплоты перехода и нет скачка плотности.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial T^2} = -\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = -\frac{C_p}{T}$$

$$(dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C_p dT}{T})$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial p^2} = -\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -\gamma_T V, \text{ где } \gamma_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial T \partial p} = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \alpha_p V, \text{ где } \alpha_p = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

Примеры:

- 1) Ферромагнетик – парамагнетик
- 2) Сегнетоэлектрик – обычный диэлектрик
- 3) Обычное – сверхпроводящее
- 4) He I → He II

Реальные газы, жидкости, твердые тела.

Газ Ван-дер-Ваальса

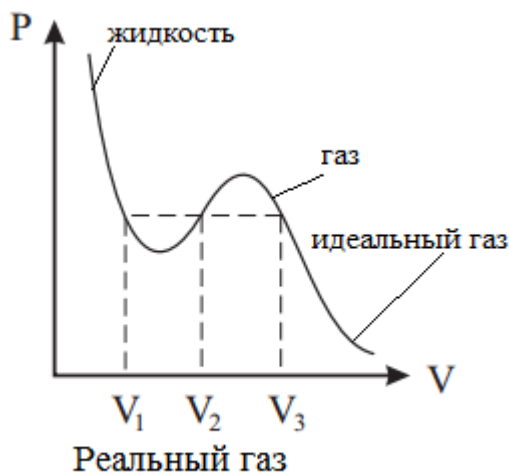


Рис. 46. Реальный газ в PV-координатах.

$$m_{\text{ж}}(V_2 - V_1) = m_{\text{г}}(V_3 - V_2) \quad \text{— правило рычага}$$

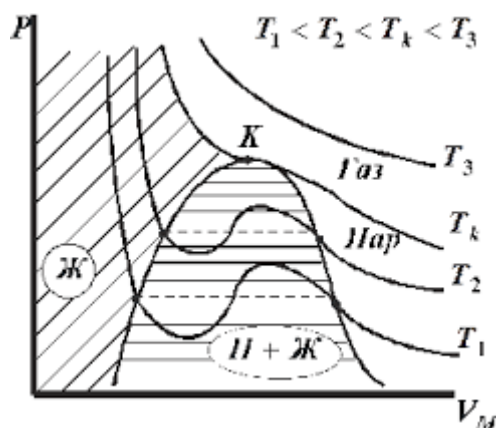


Рис.47. Изотермы идеального газа.

Описать эти изотермы реального газа можно изменив формулу Менделеева-Клапейрона. Нужно учесть силы взаимодействия между молекулами, которыми мы пренебрегали в случае идеального газа.

Учет сил отталкивания:

$$p(V - b) = RT; b = ?$$

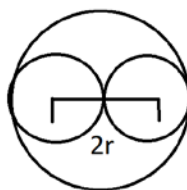


рис.48. Взаимодействие между молекулами.

$$b = \frac{N_A}{2} \frac{4}{3} \pi (2r)^3 = 4N_A V_0$$

Замечания:

- 1) $p \rightarrow \infty \Rightarrow V \rightarrow b$
- 2) $V_{\text{прист}} \ll b$

Учет сил притяжения:

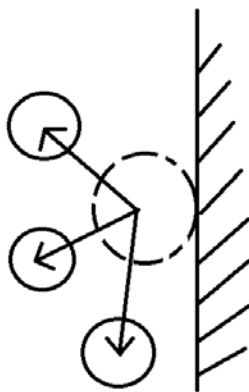


рис.49. Силы притяжения.

$$p = \frac{RT}{V - b} - \Delta p$$

$$\Delta p \sim n^2 \sim \frac{1}{V^2}$$

$$\Delta p = \frac{a}{V^2}$$

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad \text{— уравнение Ван — дер — Ваальса}$$

Дополнение:

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT \quad \text{— уравнение Ван — дер — Ваальса для } v \text{ молей}$$

Изотермы газа Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Данное уравнение можно привести к кубическому уравнению относительно V .

$$\begin{aligned} \left(V^2 + \frac{a}{p}\right)(V - b) &= \frac{V^2}{p} RT \\ V^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} &= 0 \end{aligned}$$

Данное действие удобно для проведения анализа изотерм Ван-дер-Ваальса.

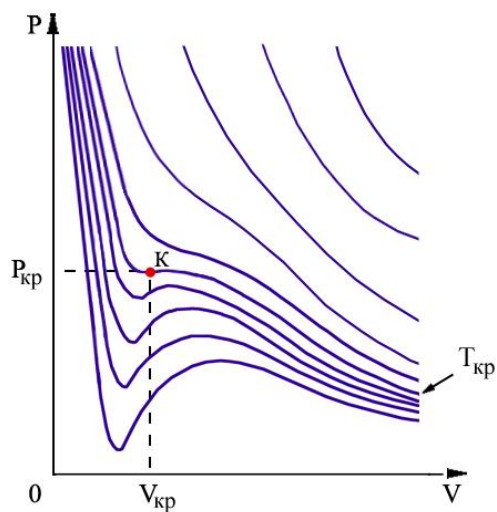


рис.50. Изотермы Ван-дер-Ваальса.

Правило площадей Максвелла

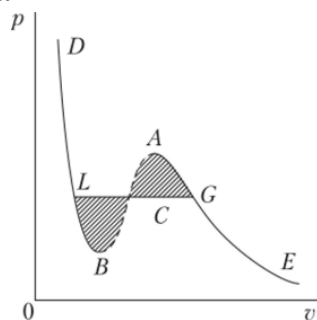


рис.51. Площади Максвелла.

$$\int_{LCG} p dV = \int_{LBCAG} p dV$$

$$S_{LCBL} = S_{CAGC}$$

Лекция 15

Критические параметры газа Ван-дер-Ваальса

Задача заключается в том, чтобы связать критические значения P , V и T с поправками a и b , которые были введены.

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

$$\left(V^2 + \frac{a}{p}\right)(V - b) = \frac{V^2}{p} RT$$

$$V^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0$$

$$(V - V_{\text{кр}})^3 = 0$$

$$\frac{RT_{\text{кр}}}{p_{\text{кр}}} + b = 3V_{\text{кр}}$$

$$\frac{a}{p_{\text{кр}}} = 3V_{\text{кр}}^2$$

$$\frac{ab}{p_{\text{кр}}} = V_{\text{кр}}^3$$

В итоге

$$V_{\text{кр}} = 3b; p_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}; T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27Rb}$$

Закон собственных состояний

Давайте примем в качестве единицы измерения давления, объема и температуры их критические значения. То есть нормируем давление, объем и температуру на критические значения этих величин. Введем приведенные значения. И получим приведенное уравнение состояния.

$$\varphi = \frac{V}{V_{\text{кр}}}; \pi = \frac{p}{p_{\text{кр}}}; \tau = \frac{T}{T_{\text{кр}}}$$

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \Rightarrow \left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)\left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\tau$$

Существуют и другие уравнения состояния

Силы межмолекулярного взаимодействия

Силы притяжения:

- 1) Дипольно-ориентационные
- 2) Индукционные

3) Дисперсионные

Силы отталкивания:

$$\varphi_{\text{отт}} = \frac{N}{r^{12}}, N - \text{какой-то коэффициент}$$

$$U(r) = \varphi_{\text{отт}} + \varphi_{\text{прит}}$$

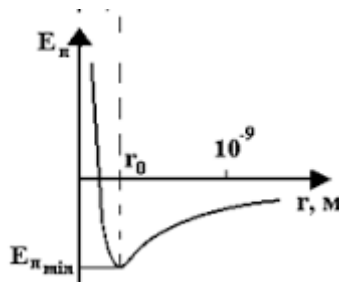


рис.52. Энергия межмолекулярного взаимодействия.

Потенциал Леннарда-Джонса

$$U(r) = 4\varphi_0 \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

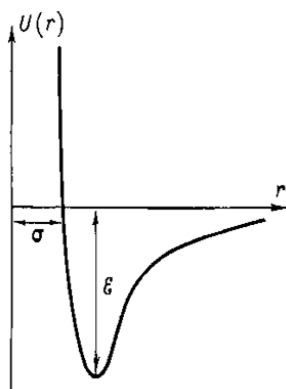


рис.53. Потенциал межмолекулярного взаимодействия.

Эффект Джоуля-Томсона

В данном эффекте наиболее ярко проявляются силы межмолекулярного взаимодействия.

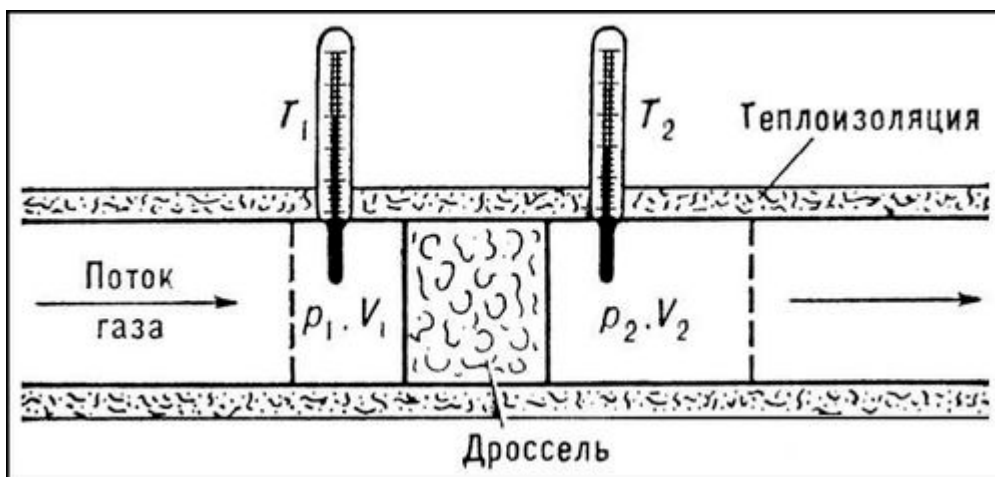


рис.54. Эффект Джоуля-Томсона.

Заставляя перетекать газ через пористую перегородку, и таким образом расширяться, мы осуществляем процесс *дросселирования*.

Дифференциальный эффект Джоуля-Томсона:

$$\mu = \frac{dT}{dp};$$

Интегральный эффект Джоуля-Томсона:

$$\Delta p \Rightarrow \Delta T$$

Газ, первоначально занимавший объем V_1 при давлении P_1 , перетекает сквозь перегородку, занимая объем V_2 при давлении P_2

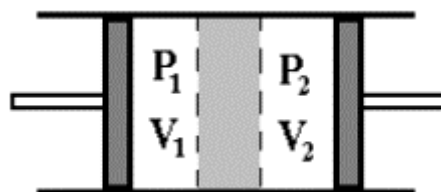


рис.55. Эффект Джоуля-Томсона.

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{(C_v + R)} \left(\frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right) - \text{интегральный эффект}$$

Для газа Ван-дер-Ваальса дифференциальный эффект описывается так:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p_n} \right) \approx \frac{1}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - b \right)$$

Методы получения низких температур

- 1) Холодильная машина
- 2) Адиабатическое расширение с совершением работы

- 3) Дросселирование
- 4) Адиабатическое размагничивание
- 5) Лазерное охлаждение

Лекция 16

Поверхностные явления в жидкостях

Две особенности жидкого состояния:

- 1) Способность сохранять объем
- 2) Наличие свободной поверхности

Работа по перемещению молекул из объема на поверхность:

$\delta A_{\text{внеш}} = dU_s = \sigma dS$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения

$$(dF = -S dT - p dV)$$

$$\boxed{dF = \sigma ds}$$

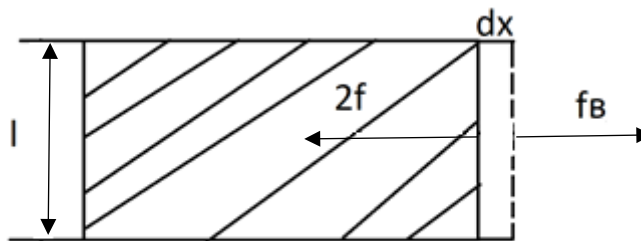


рис.56. Перемещение молекул.

$$\delta A = f_B dx = \sigma ds = \sigma 2l dx = 2f dx$$

$$\boxed{f = \sigma l}$$

Давление под искривленной поверхностью жидкости

$$\delta A = -dF$$

$$-P dV = -\sigma dS$$

$$4\pi r^2 dr = 8\sigma \pi r dr$$

$$\boxed{p = \frac{2\sigma}{r}}$$

$$\boxed{p = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} \text{ – формула Лапласа}$$

Смачивание и несмачивание

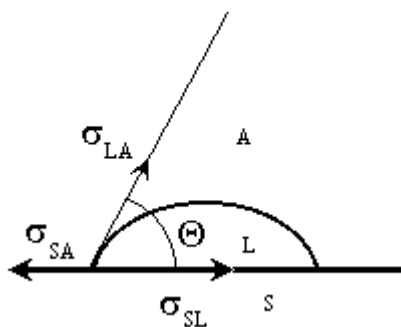


рис.57. Капля на поверхности.

$\sigma_{SA} < \sigma_{SL} + \sigma_{LA}$ – равновесие

$\sigma_{SA} > \sigma_{SL} + \sigma_{LA}$ – растекание

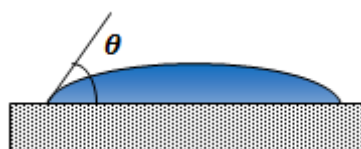


рис.58. Капля при $\theta < 90^\circ$.

θ – краевой угол

$$\sigma_{SA} = \sigma_{SL} + \sigma_{LA} \cos \theta$$

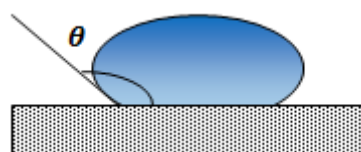


рис.59. Капля при $\theta > 90^\circ$.

$$\theta = 0$$

$\sigma_{SA} \geq \sigma_{SL} + \sigma_{LA}$ – полное смачивание

$$\theta = \pi$$

$\sigma_{SL} = \sigma_{SA} + \sigma_{LA}$ – полное несмачивание

Капиллярные явления

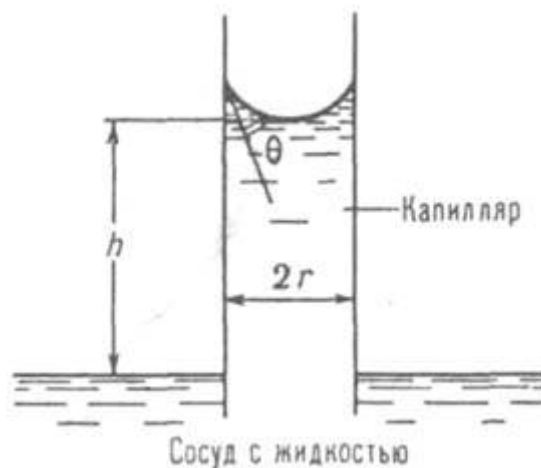


рис.60. Капилляр.

$$R = \frac{r}{\cos \theta}, \text{ где } R - \text{ радиус мениска}$$

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2\sigma \cos \theta}{R}$$

$$\frac{2\sigma \cos \theta}{R} = \rho g h \Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g R} - \text{формула Жюрена}$$

Кристаллы

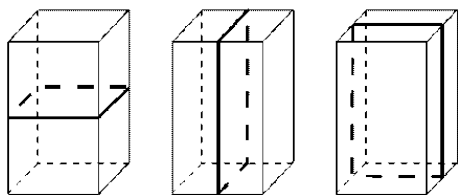
Симметрия – это способность твердых тел совмещаться с самим собой при определенных перемещениях или воображаемых операциях над его точками.

Элементы симметрии – это определенные плоскости, линии и точки симметрично расположенные относительно тел.

- 1) Ось симметрии n -ого порядка $(C_n, \frac{2\pi}{n})$

Куб: $6C_2, 4C_3, 3C_4$

- 2) Плоскость симметрии (σ)



3) Зеркально-поворотная ось симметрии n -ого порядка (S_n)

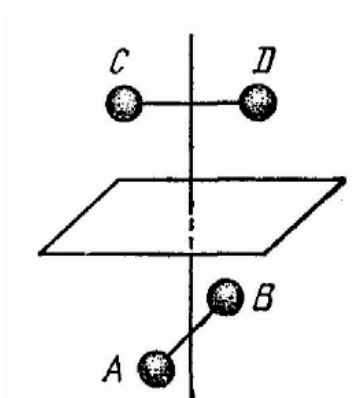


рис.61. Зеркально-поворотная ось симметрии.

4) Центр симметрии (инверсии)

Замечание:

Если есть центр инверсии, то есть и зеркально-поворотная ось симметрии 2 порядка

Кристаллическая решетка – совокупность периодически расположенных атомов.

Если элементарная ячейка содержит всего 8 атомов на вершинах, то она называется *примитивной*, или *решеткой Браве*.

Решетка Браве – это бесконечная система точек, образуемая повторением данной точки группой конечных переносов.

Существует 14 решеток Браве, распределенных по 7 кристаллическим системам:

Кристаллографическая система	Число ячеек в системе	Символ ячейки	Характеристики элементарной ячейки
Триклинная	1	P	$a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq \gamma$
Моноклинная	2	P, C	$a \neq b \neq c; \alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
Ромбическая	4	P, C, I, F	$a \neq b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Тетрагональная	2	P, I	$a = b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Кубическая	3	P, I, F	$a = b = c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Тригональная	1	R	$a = b = c; \alpha = \beta = \gamma = < 120^\circ \neq 90^\circ$
Гексагональная	1	P	$a = b \neq c; \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$

Сингония Тип решётки	Три- клинная	Куби- ческая	Тетраго- нальная	Ромби- ческая	Триго- нальная (ромбоэд- рическая)	Гексаго- нальная	Моно- клинная
Примитивный							
Базоцентри- рованный							
Объемноцен- трированный							
Гранецентри- рованный							



ФИЗИЧЕСКИЙ
ФАКУЛЬТЕТ
МГУ ИМЕНИ
М.В. ЛОМОНОСОВА



teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ