

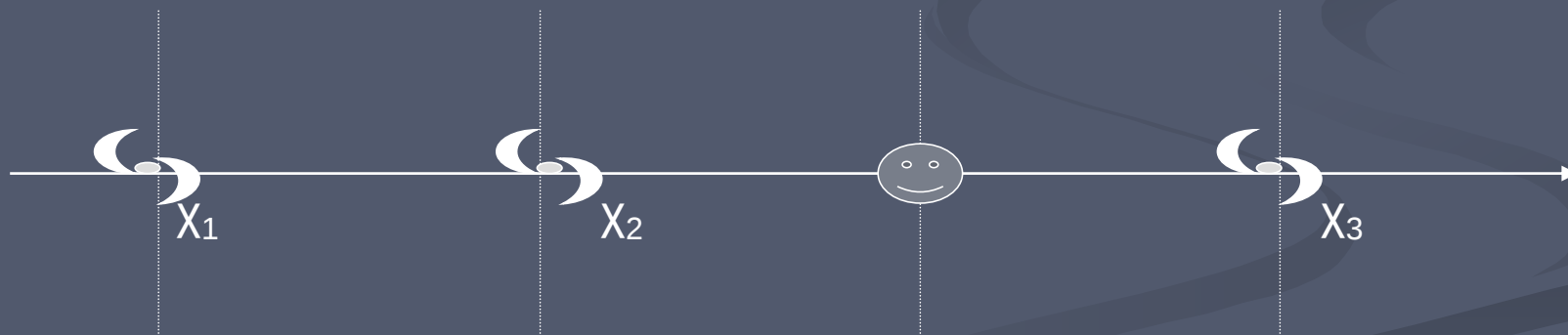
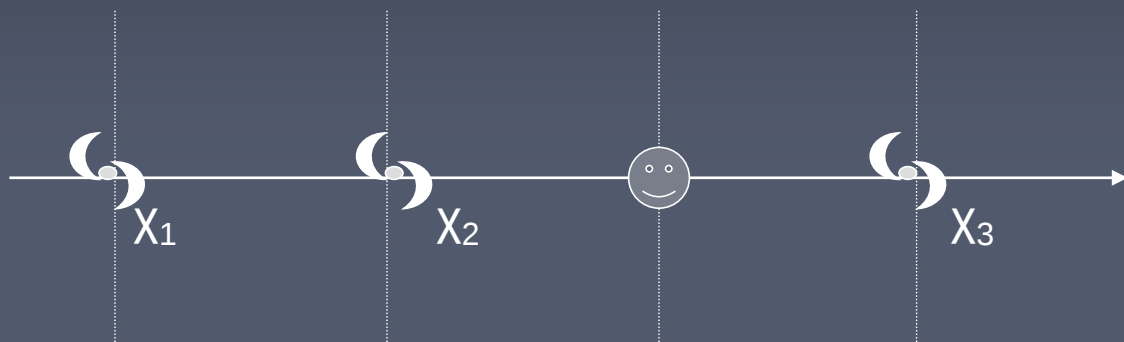
# **АСТРОФИЗИКА**

## **Лекция 12**

# Особенности в космологии

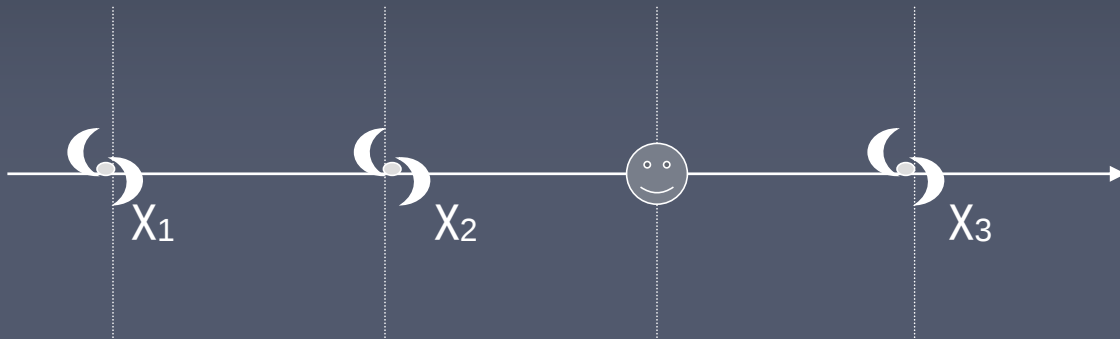


# Сопутствующее расстояние

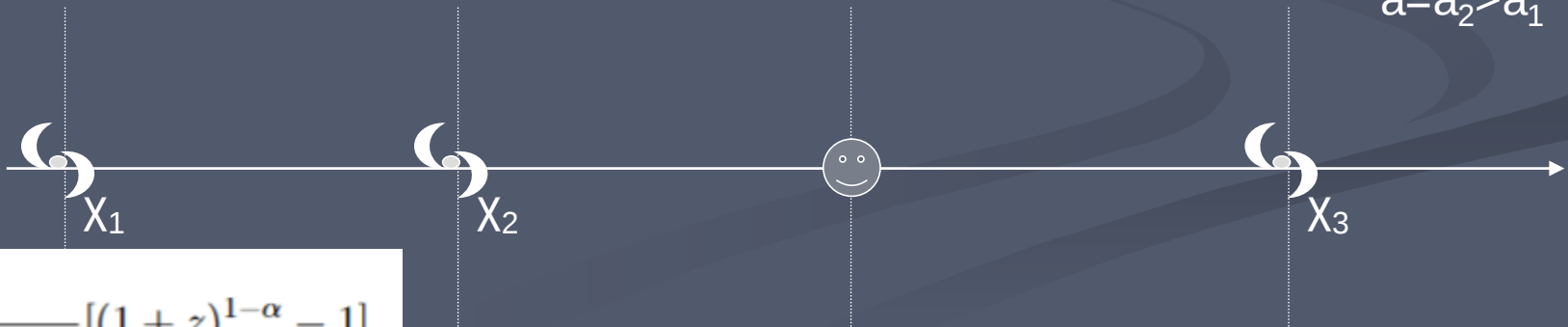


# Собственное расстояние

$$d = a\chi$$



$t = t_1$   
 $a = a_1$   
 $a$  – масштабный фактор

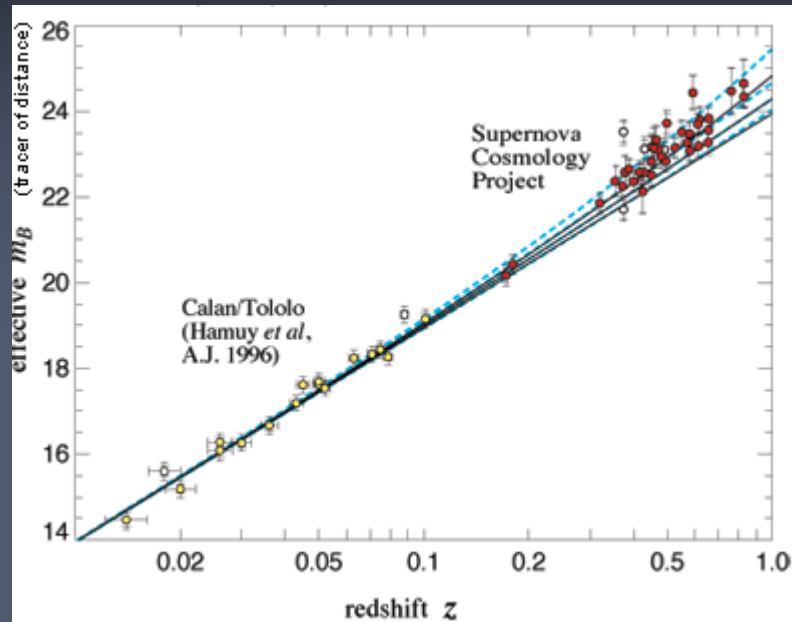


$t = t_2 > t_1$   
 $a = a_2 > a_1$

$$d = \frac{c}{(1 - \alpha)H_0} [(1 + z)^{1-\alpha} - 1].$$

$d \sim z$  при  $z \approx 0$

# Закон Хаббла



$$v = H d$$

$H$  – постоянная Хаббла.

$$72 \pm 2 \text{ км/с/Мпк}$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 dl^2.$$

$$H = \dot{a}/a$$

$$a^2(t) dl^2 = d\ell^2$$

$$dd = a(t) dl$$

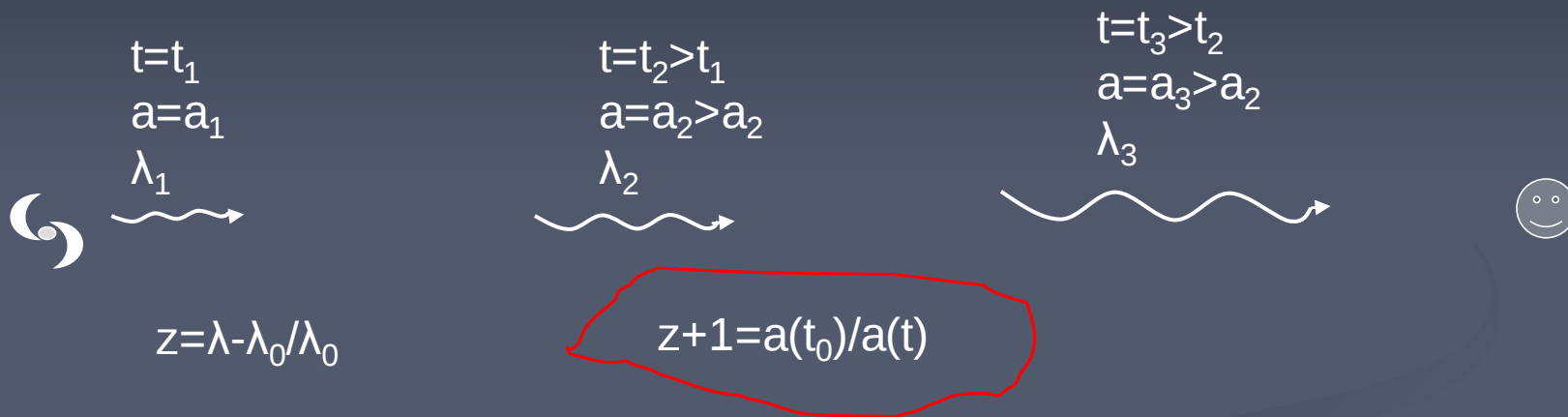
$$d = a(t) \int dl = a\chi$$

$$v = dd/dt = (da/dt)\chi = [(da/dt)/a](a\chi) = Hd$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Релят. материя:} \quad \rho_r(z) = \rho_r(0)(1+z)^4, \\ \text{Нерелят. материя:} \quad \rho_m(z) = \rho_m(0)(1+z)^3, \\ \text{Кривизна:} \quad \rho_c(z) = \rho_c(0)(1+z)^2, \\ \text{Вакуум:} \quad \rho_\Lambda(z) = \text{const} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

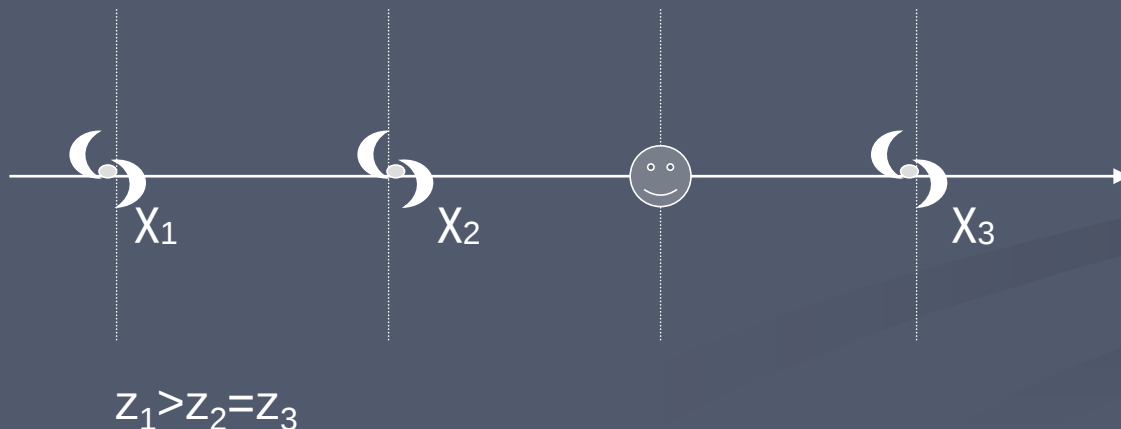
$$H^2(z) = H_0^2 \left( \Omega_r(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_c(1+z)^2 + \Omega_\Lambda \right)$$

# Красное смещение



Это нельзя объяснить только эффектом Доплера!

Это нельзя объяснить только гравитационным красным смещением!



$z$  — как  $\chi$ :  
 растет для более далеких,  
 потому что наша вселенная  
 всегда расширялась

# Космологическое красное смещение

## а) Вблизи

$v \sim d \sim z$  Похоже на доплер! Почему?

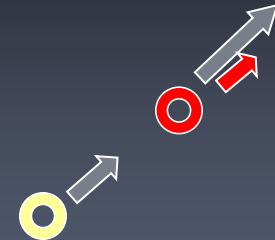
- Закон Хаббла.

Пространство расширяется везде одинаково.

Скорость пропорциональна расстоянию.

- Темп расширения меняется медленно.

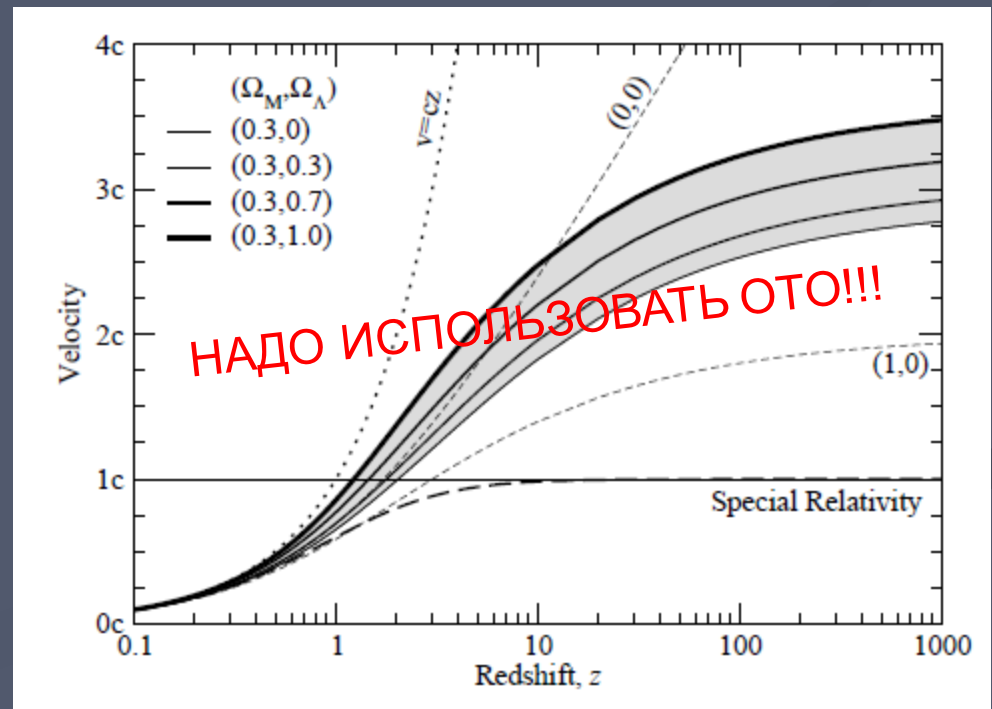
Поэтому для близких галактик он примерно одинаков.



## б) Вдали

Важно понимать, что вдали скорость расширения нельзя вычислить по красному смещению, используя релятивистский эффект доплера.

$$\text{GR} \quad v_{\text{rec}}(t, z) = \frac{c}{R_0} \dot{R}(t) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')},$$
~~$$\text{SR} \quad v_{\text{pec}}(z) = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}.$$~~



# Формулы для расширения - 1

Разные среды:

- Вещество (пыль,  $p=0$ )
- Излучение ( $p \sim T^4$ )
- Космологическая постоянная ( $p = -\rho c^2$ )

$$p = w\rho c^2,$$

$$a \sim t^{1/\alpha},$$

$$\alpha = 3(w + 1)/2.$$

$$H = \dot{a}/a = 1/(\alpha t)$$

- Пыль  $\alpha = 3/2$
- Излучение  $\alpha = 2$
- Косм. пост.  $\alpha = 0$

$$1 + z(t) = a(t_0)/a(t),$$

$$H = H_0(1 + z)^\alpha$$

Для света ( $ds^2=0$ ):

$$\chi = \frac{c}{a(t_0)H_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z)} = \frac{c}{a(t_0)H_0} \frac{1}{1-\alpha} [(1+z)^{1-\alpha} - 1].$$

$$H^2(z) = H_0^2 \left( \Omega_r (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_c (1+z)^2 + \Omega_\Lambda \right)$$

# Фотометрическое расстояние



Поток=светимость/площадь  
площадь= $4\pi d_{\text{ph}}^2$



$$d_{\text{ph}} = (L/4\pi f)^{1/2} = a^2(t_0) \frac{\chi}{a(t_{\text{em}})},$$

Важно существование «стандартных свечей».  
Например, это сверхновые типа Ia.

# Угловое расстояние

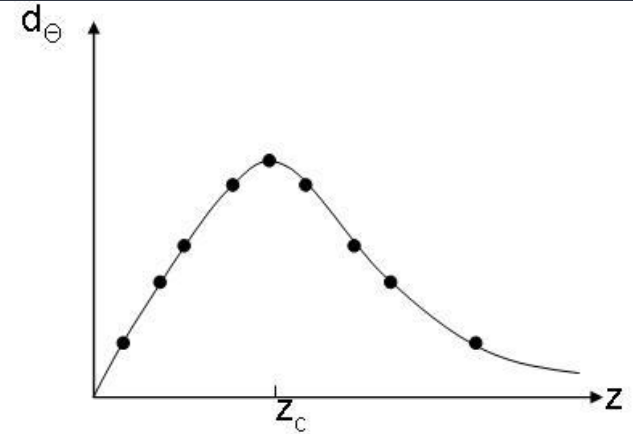
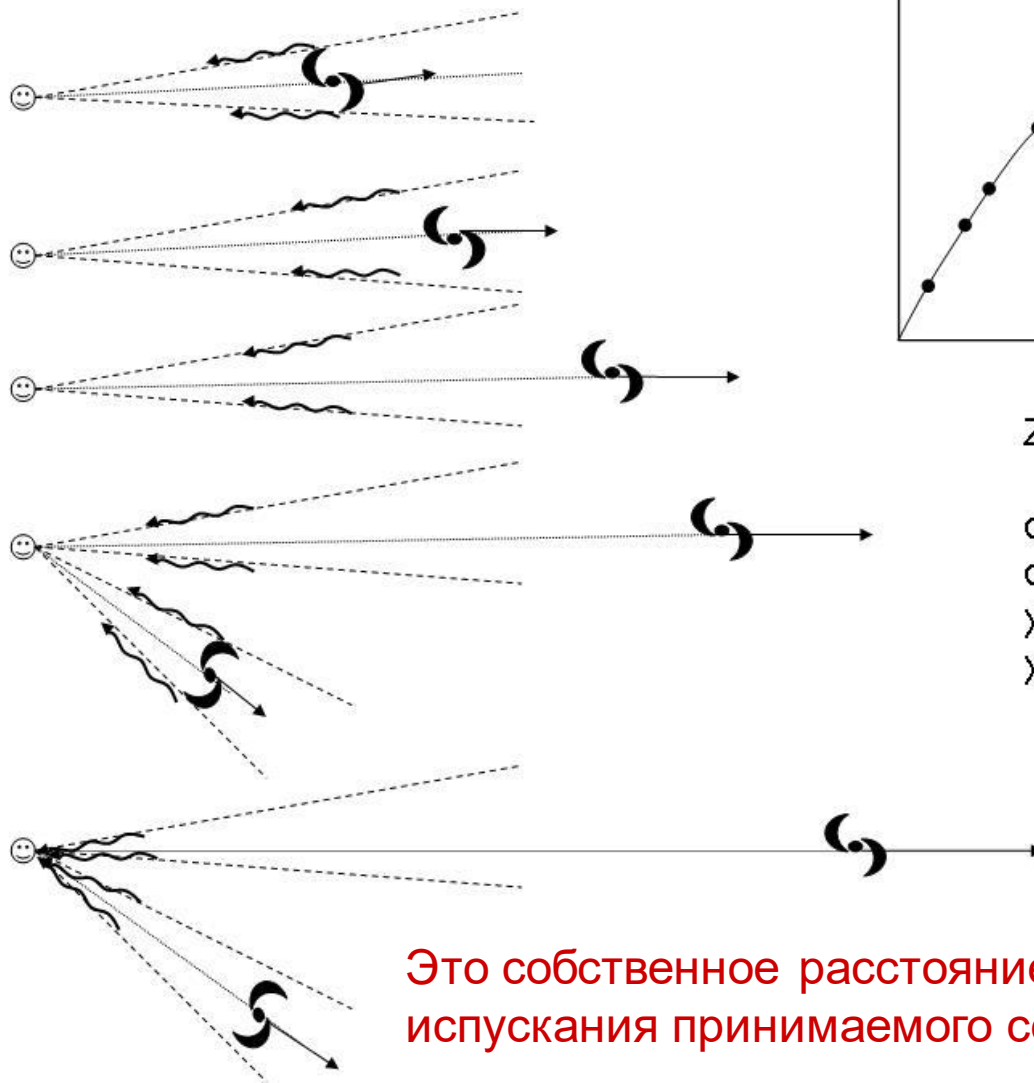
Размер  $s$



$\alpha$



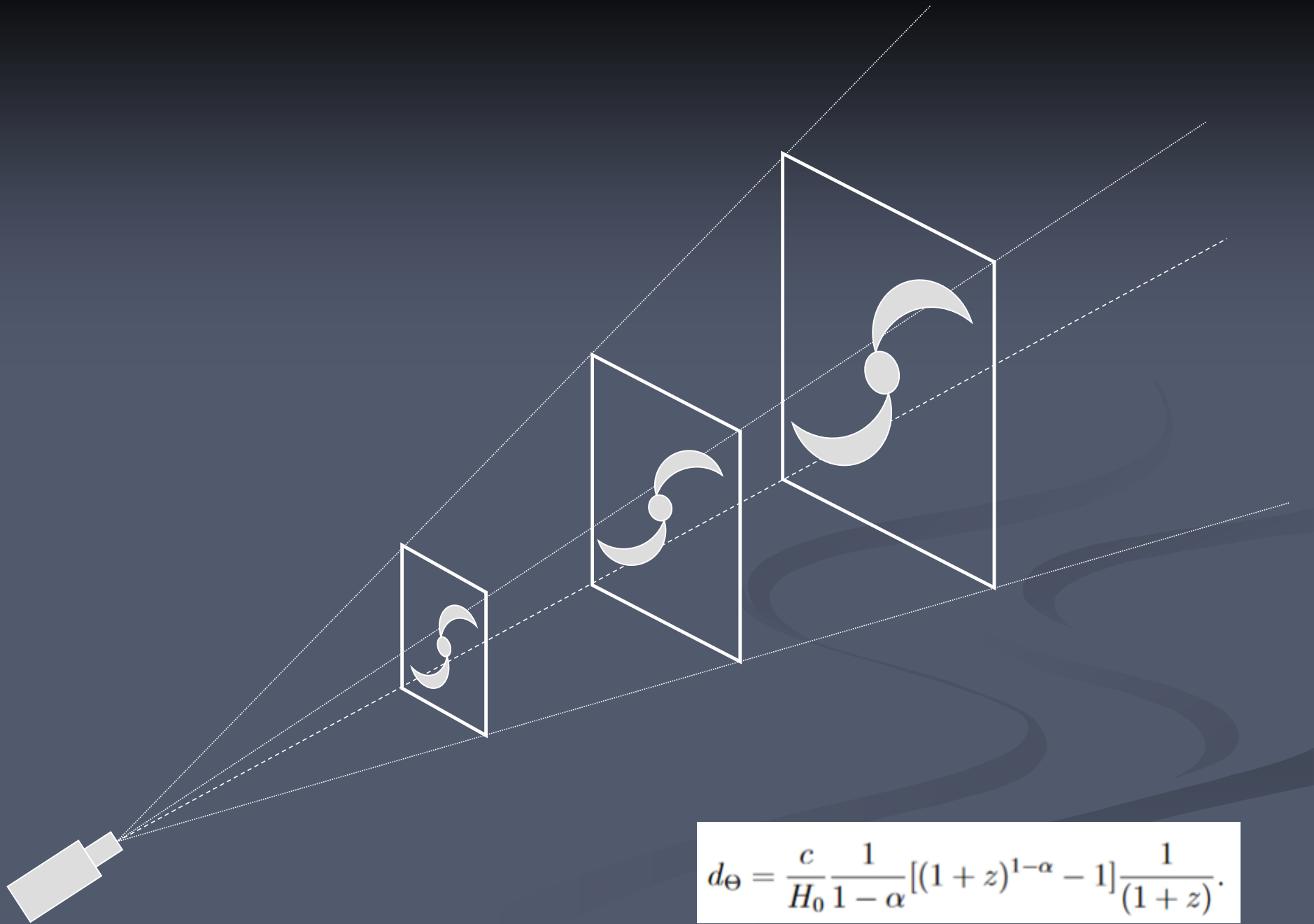
$$d = s / \tan \alpha$$



$$z_c: v_{em} = c$$

$$\begin{aligned} d_{\theta 1} &= d_{\theta 2} \\ d_{em1} &= d_{em2} \\ \chi_1 a(t_{em1}) &= \chi_2 a(t_{em2}) \\ \chi_1 > \chi_2, a(t_{em1}) &< a(t_{em2}) \end{aligned}$$

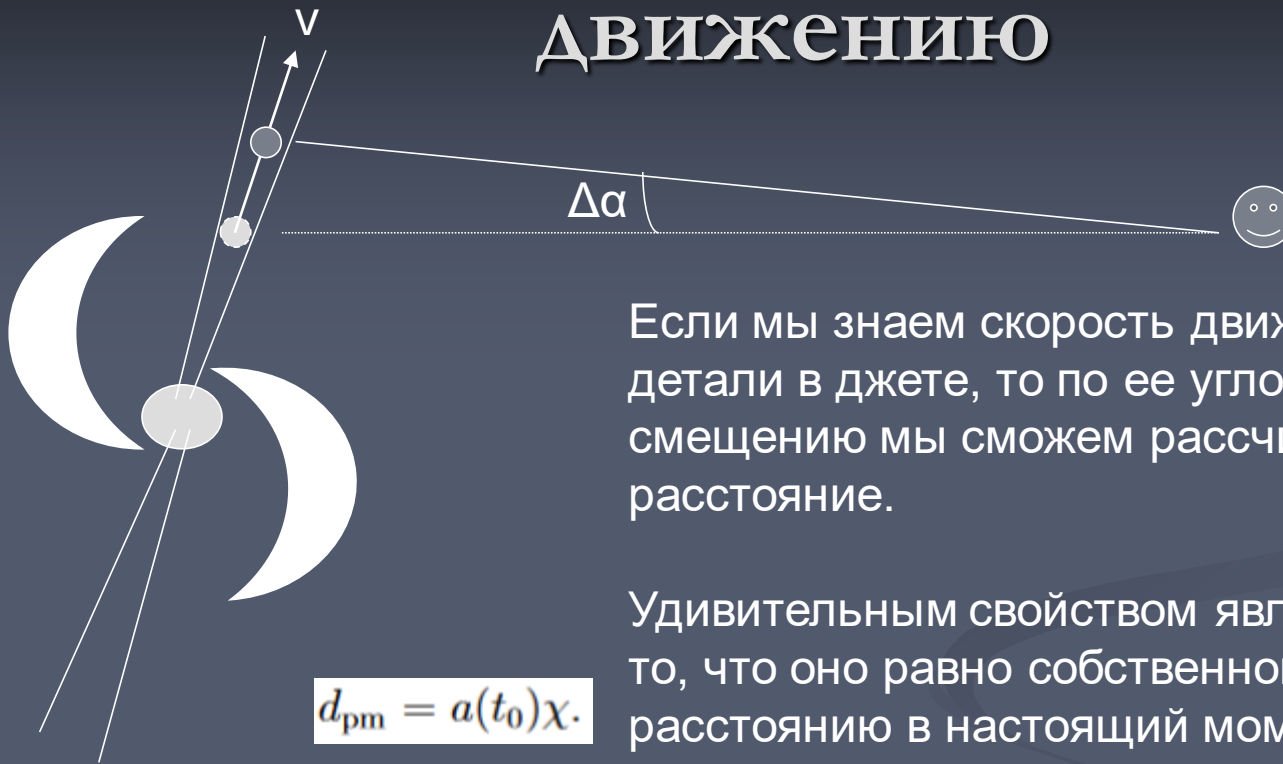
Это собственное расстояние на момент  
испускания принимаемого сейчас излучения!



$$d_{\Theta} = \frac{c}{H_0} \frac{1}{1-\alpha} [(1+z)^{1-\alpha} - 1] \frac{1}{(1+z)}.$$

# Расстояние по собственному

## ДВИЖЕНИЮ



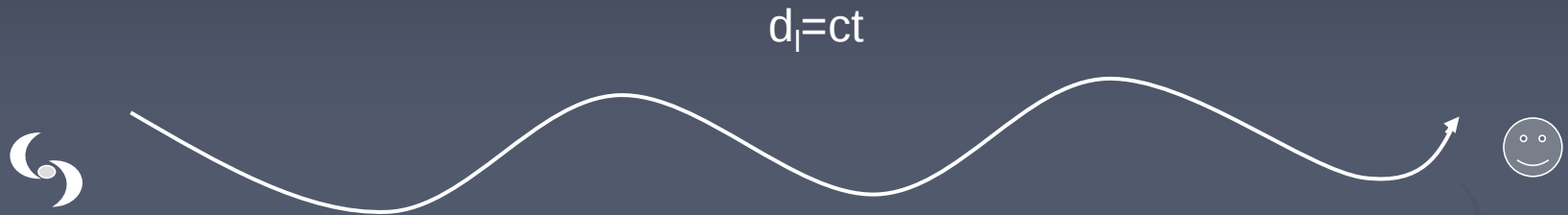
Если мы знаем скорость движения детали в джете, то по ее угловому смещению мы сможем рассчитать расстояние.

Удивительным свойством является то, что оно равно собственному расстоянию в настоящий момент времени.

К сожалению, мы не знаем примера «стандартной скорости».

$$d_{\text{pm}} = a(t_0)\chi.$$

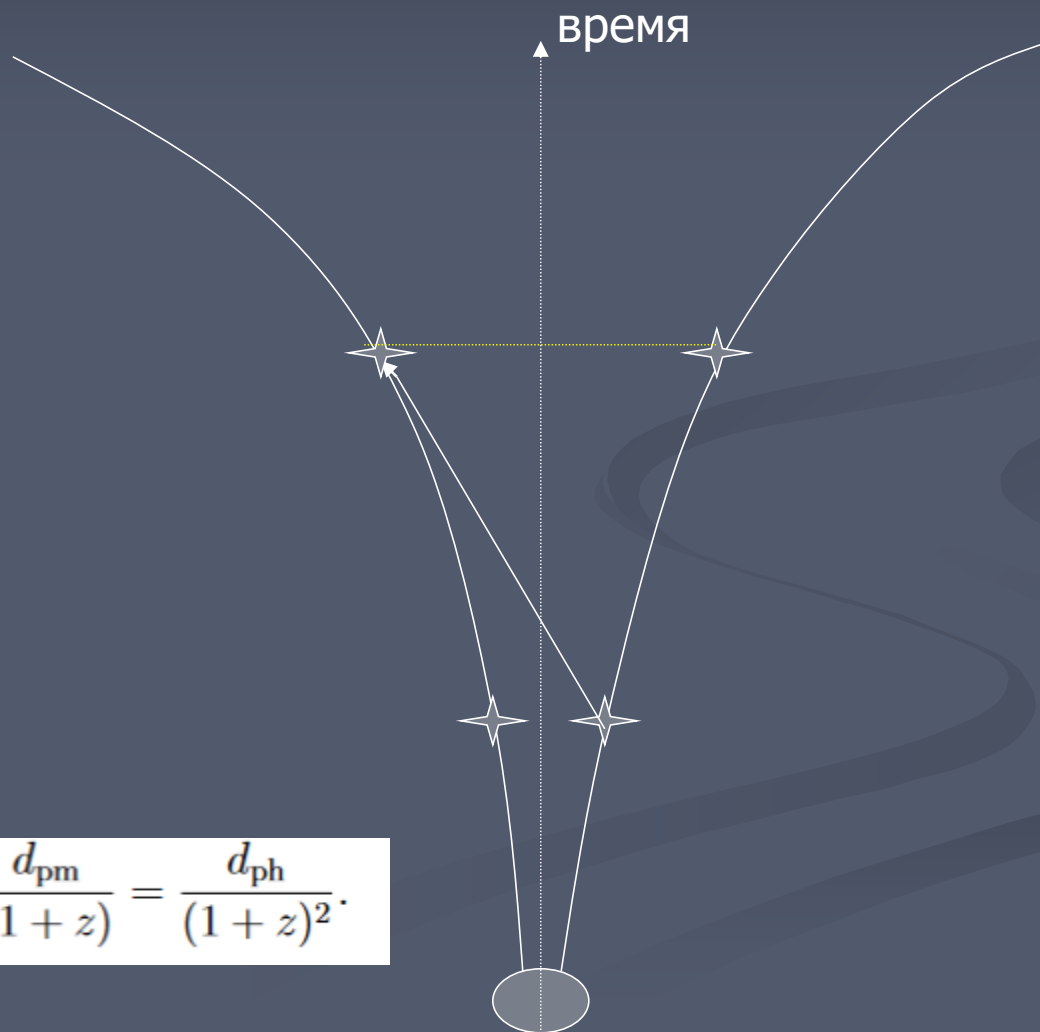
# Время путешествия фотона



(именно об этом расстоянии чаще всего говорят в новостях:  
«открыта далекая галактика, свет от которой шел к нам  
10 миллиардов лет»)

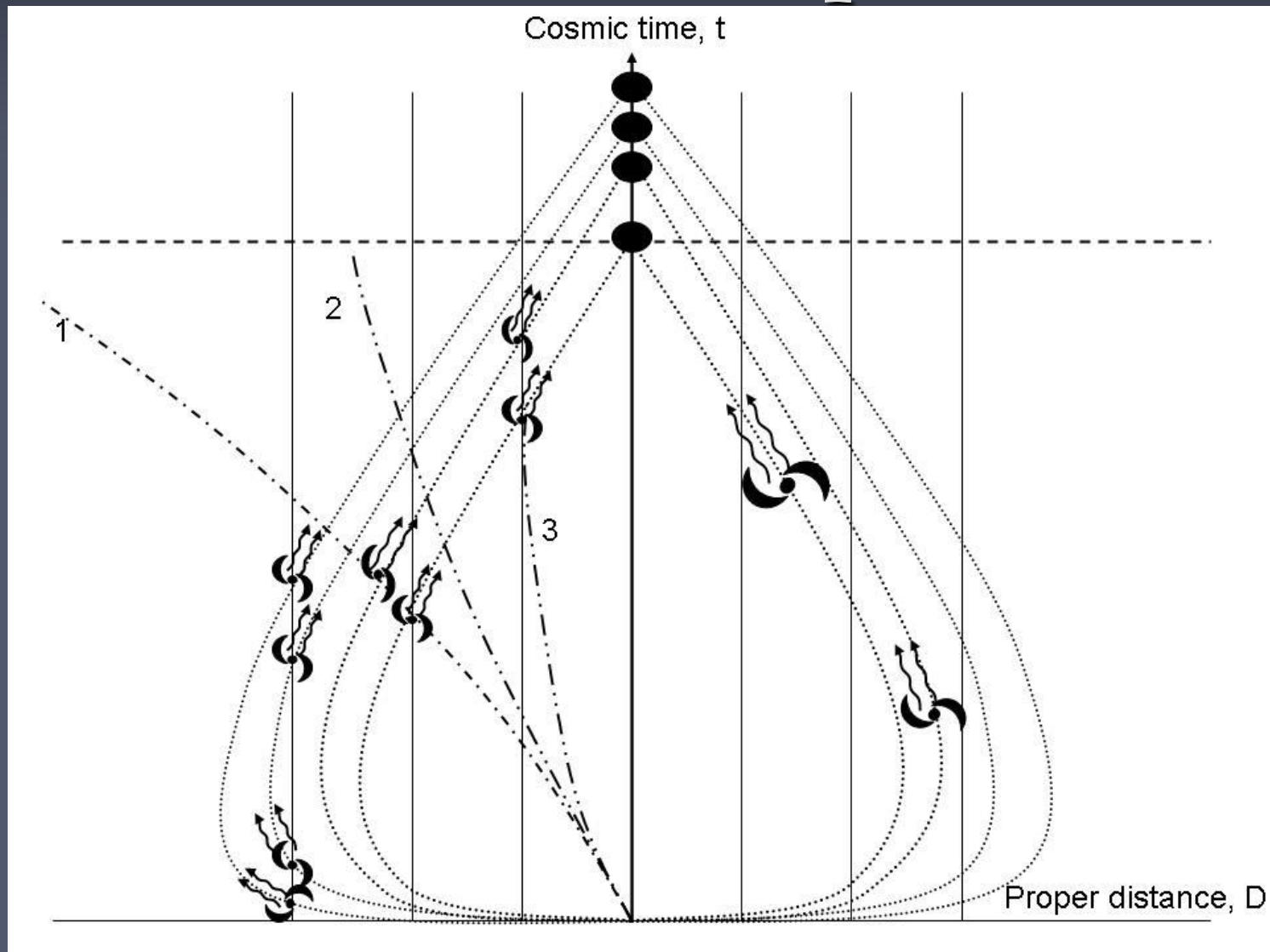
Но пока свет шел – вселенная расширялась!  
Поэтому, если свет идет из точки А в точку Б,  
то на момент прибытия расстояние между А и Б  
будет больше чем просто произведение  $ct$ !

# Особенности в космологии



$$d_{\Theta} = a(t_{\text{em}})\chi = \frac{d_{\text{pm}}}{(1+z)} = \frac{d_{\text{ph}}}{(1+z)^2}.$$

# Смотрим вдоль светового конуса, а движемся по мировым линиям



# Формулы для расширения - 2

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3},$$

$$\rho = \rho_m(a) = \frac{\rho_{m0}}{a^3},$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G};$$

$$\Omega_m \equiv \frac{\rho_{m0}}{\rho_c} = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_{m0};$$

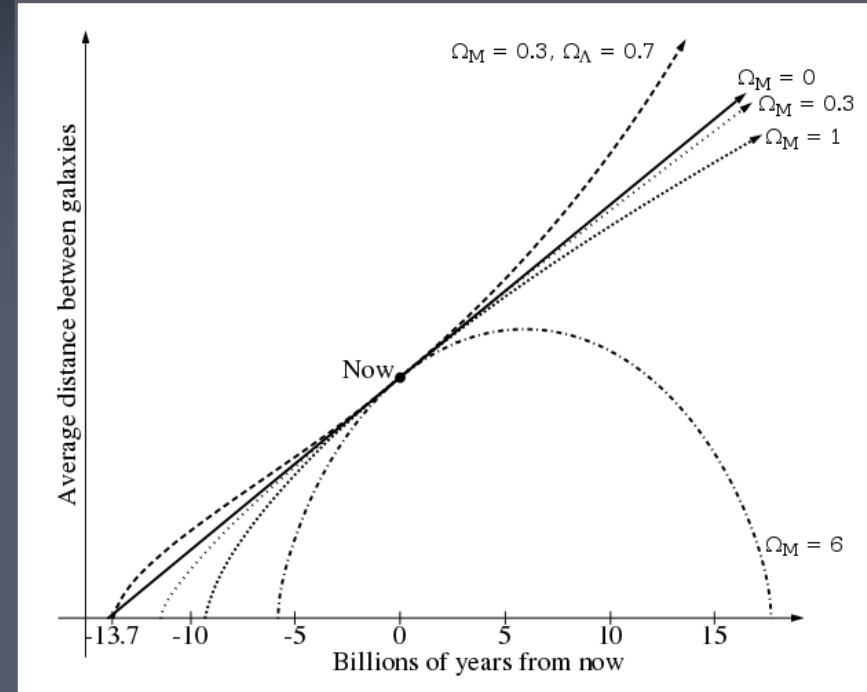
Кривизна:  $k = -1, 0, 1$

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)$$

$$\Omega_k \equiv \frac{-kc^2}{(a_0 H_0)^2}$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2},$$

$$H^2(z) = H_0^2 (\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda).$$



Параметр замедления  $q$

$$q = - \left( 1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \right).$$

$$q=0 \quad t=1/H$$

$$q=1/2 \quad t=(2/3H)$$

Сейчас  $q < 0$ .

# Космологический калькулятор

Enter values, hit a button

|                                        |                                     |
|----------------------------------------|-------------------------------------|
| 70                                     | $H_0$                               |
| 0.3                                    | $\Omega_{\text{M}}$                 |
| 1.5                                    | $z$                                 |
| <input type="button" value="Open"/>    | <input type="button" value="Flat"/> |
| 0.7                                    | $\Omega_{\text{vac}}$               |
| <input type="button" value="General"/> |                                     |

**Open** sets  $\Omega_{\text{vac}} = 0$  giving an open Universe  
[if you entered  $\Omega_{\text{M}} < 1$ ]

**Flat** sets  $\Omega_{\text{vac}} = 1 - \Omega_{\text{M}}$  giving a flat Universe.

**General** uses the  $\Omega_{\text{vac}}$  that you entered.

For  $H_0 = 70$ ,  $\Omega_{\text{M}} = 0.300$ ,  $\Omega_{\text{vac}} = 0.700$ ,  $z = 1.500$

- It is now 13.462 Gyr since the Big Bang.
- The age at redshift  $z$  was 4.197 Gyr.
- The [light travel time](#) was 9.266 Gyr.
- The [comoving radial distance](#), which goes into Hubble's law, is 4363.4 Mpc or 14.232 Gly.
- The comoving volume within redshift  $z$  is  $347.985 \text{ Gpc}^3$ .
- The [angular size distance](#)  $D_A$  is 1745.3 Mpc or 5.6926 Gly.
- This gives a scale of 8.462 kpc/".
- The [luminosity distance](#)  $D_L$  is 10908.4 Mpc or 35.579 Gly.

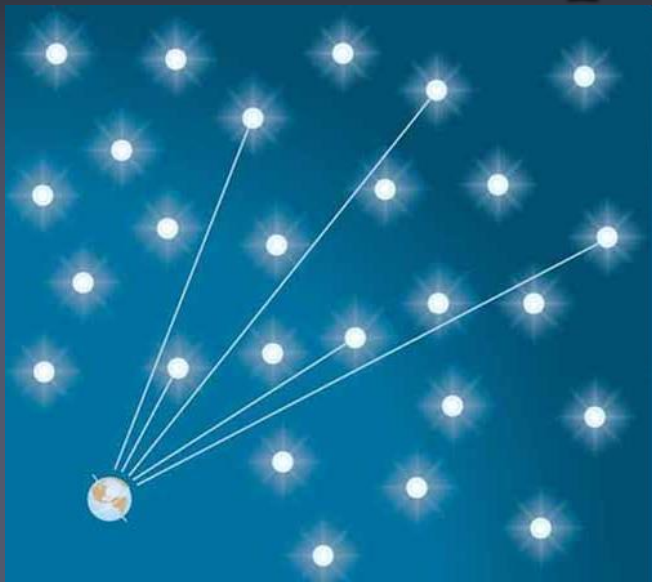
1 Gly = 1,000,000,000 light years or  $9.461 \times 10^{26}$  cm.

1 Gyr = 1,000,000,000 years.

1 Mpc = 1,000,000 parsecs =  $3.08568 \times 10^{24}$  cm, or 3,261,566 light years.

Чрезвычайно удобный инструмент, позволяющий рассчитывать разные расстояния для разных космологических параметров.

# Парадокс Ольберса



Мы смотрим в прошлое.

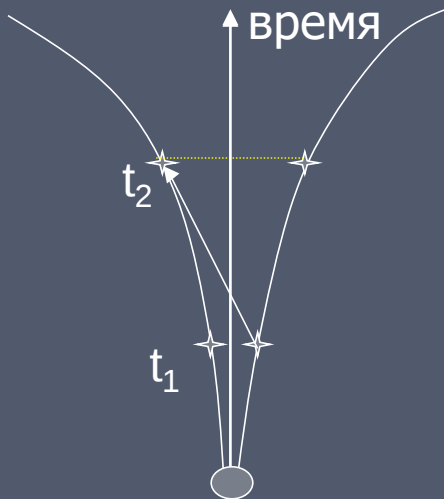
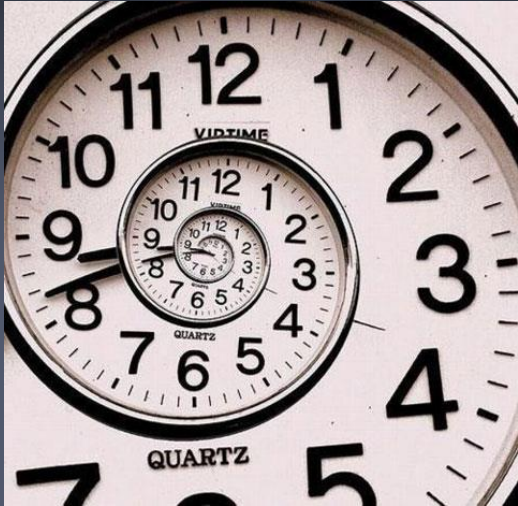
Темнота ночного неба  
объясняется конечным  
возрастом вселенной и  
расширением вселенной!

$$\left. \begin{array}{l} \text{Поток: } F \sim \frac{L}{d_l^2} \\ \text{Яркость: } I = \frac{F}{\Delta\Omega} \\ \text{Угл.} \\ \text{размер: } \Delta\Omega \sim \theta^2 \sim \frac{1}{d_a^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F \sim L \left( \frac{d_a}{d_l} \right)^2 = \frac{1}{(1+z)^4}$$

# Cosmic time

«Часы Бога» - космическое  
время

«Сейчас» космическое время  
соответствует нашим часам.  
Но, на каком-нибудь далеком  
наблюдаемом объекте с точки  
зрения наших наблюдений  
часы идут медленнее.



# Взгляд бога

- Космическое время
- Охватываем взглядом сразу все (т.е., видим все, как будто скорость света равна бесконечности)
- Смотрим «со стороны»

Удобно для иллюстрации  
и иногда для расчетов.  
Но при этом не связывается  
напрямую с наблюдениями.



# Космология - 2

Сергей Попов  
(ГАИШ МГУ)



# Скорость расширения

У нас есть разные определения расстояний и как минимум два определения времени («космическое» и по часам наблюдателя), значит, мы можем определять скорости разными способами.

Скорость это всегда изменение расстояния за данный промежуток времени.

Разные скорости иллюстрируют разные аспекты расширения вселенной.

Важно, что скорость удаления далекой (и при этом наблюдаемой) галактики не связана ограничением  $v < c$ , т.к. локально галактика покоится.



# Что значит «быстрее света»?

$v$  — скорость удаления

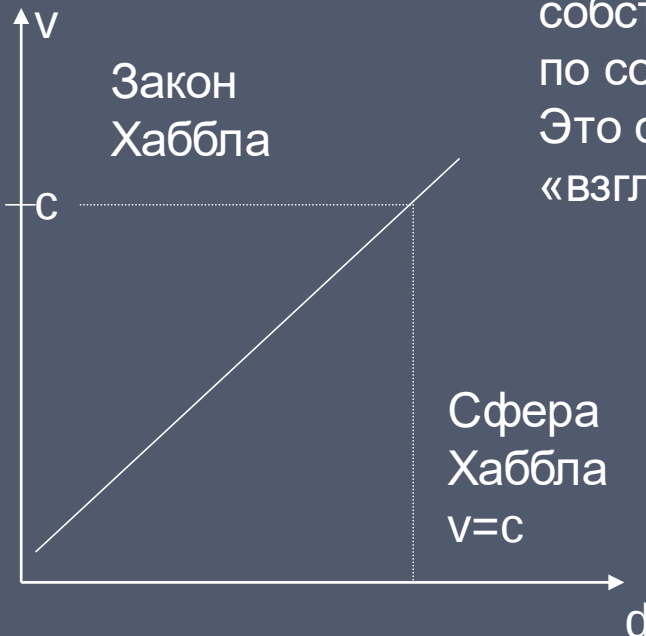
$v > c$



(скорости складываются по галилеевскому закону, не надо применять здесь релятивистский закон из СТО)

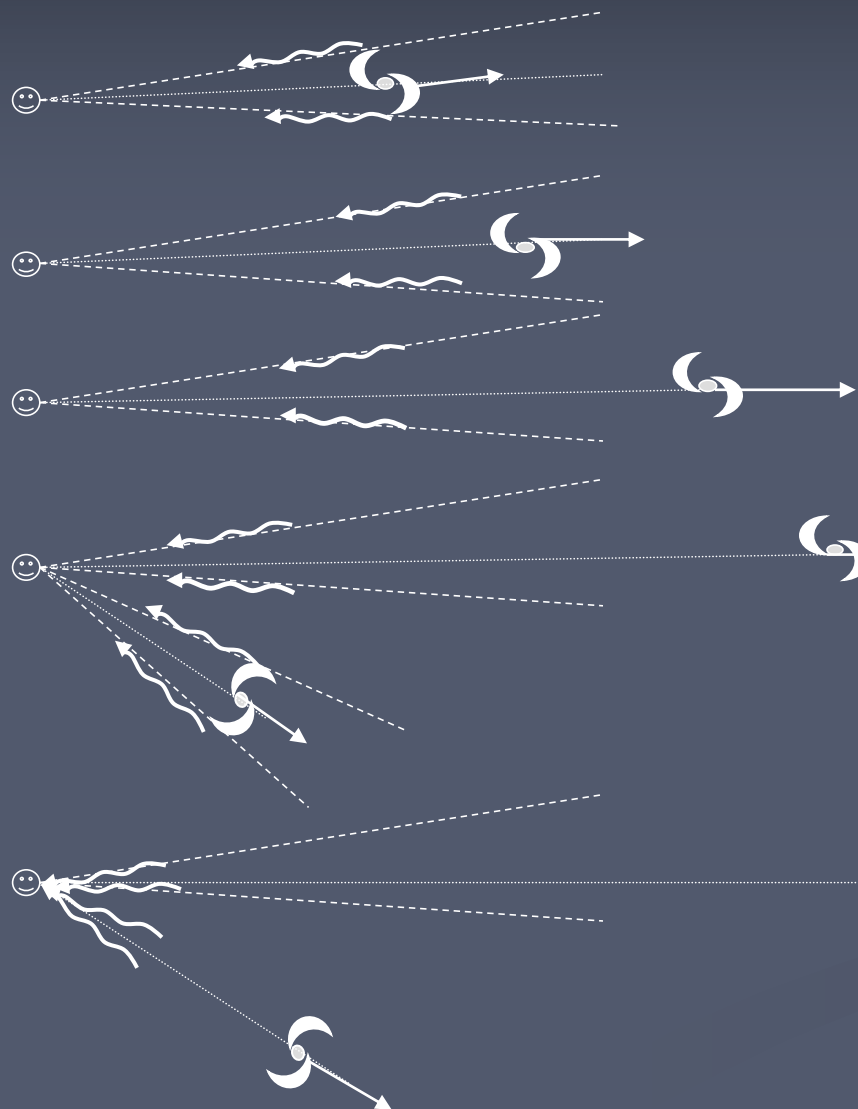
Свет же удаляется со скоростью  $v + c > v > c$

Речь идет о скорости изменения собственного расстояния по собственному времени. Это соответствует «взгляду бога».



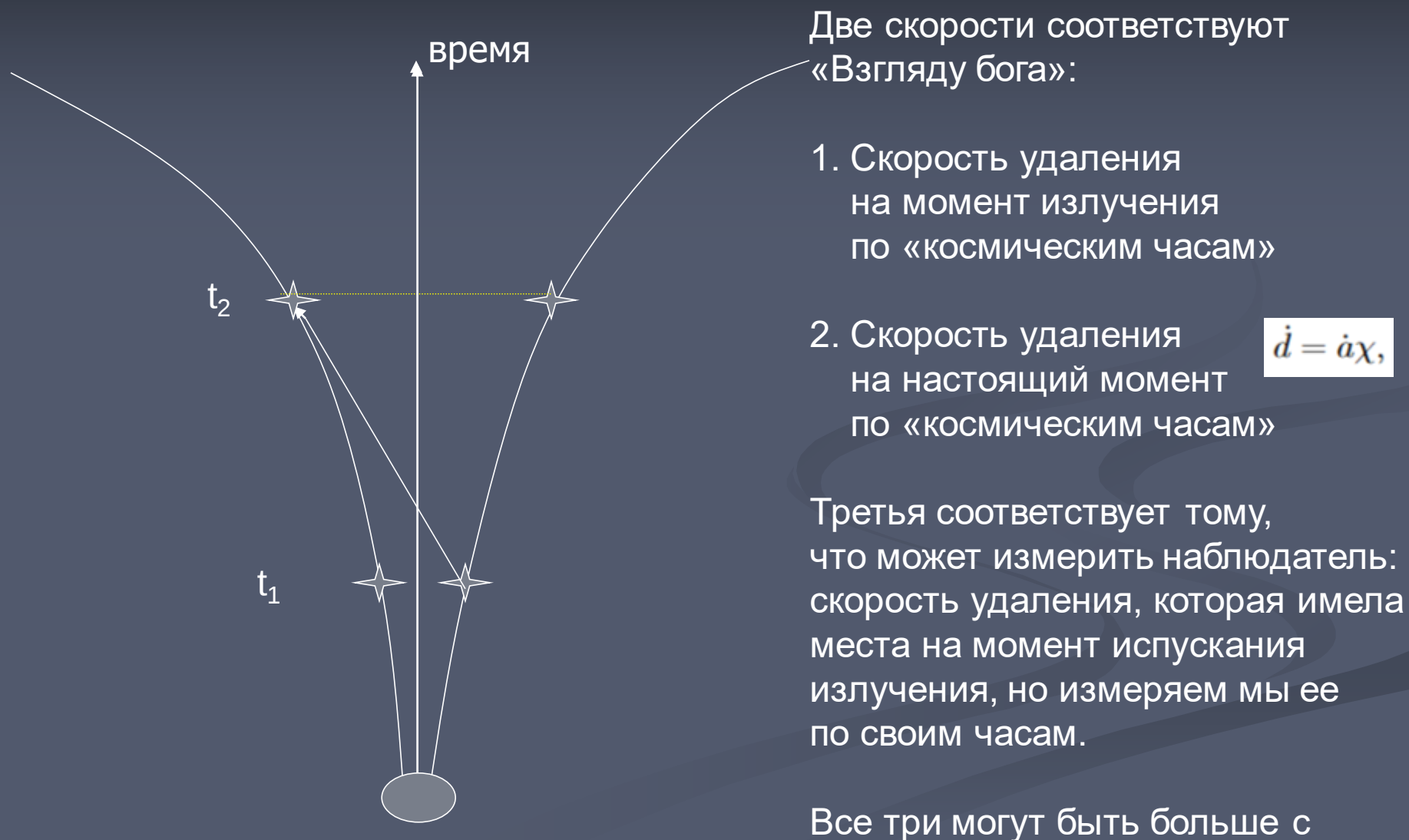
# Скорость по угловому расстоянию

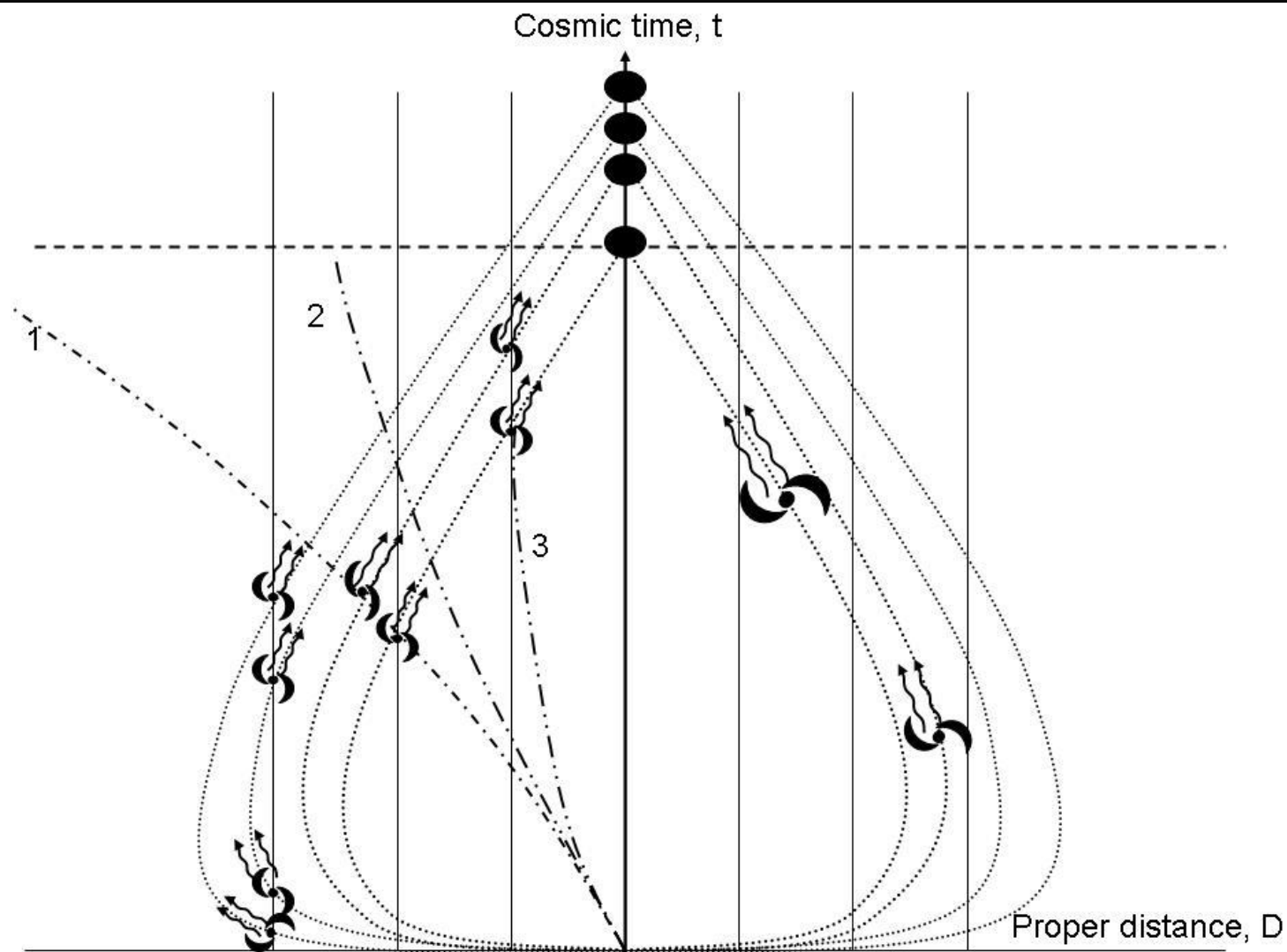
Это наблюдаемая величина. Мы можем определить ее по своим часам.



Такая скорость имеет такой смысл: она показывает, с какой скоростью удалялась от нас галактика в момент, когда было испущено излучение, которое мы сейчас принимаем, но по нашим часам. Для нее не действует закон Хаббла.

# Три скорости



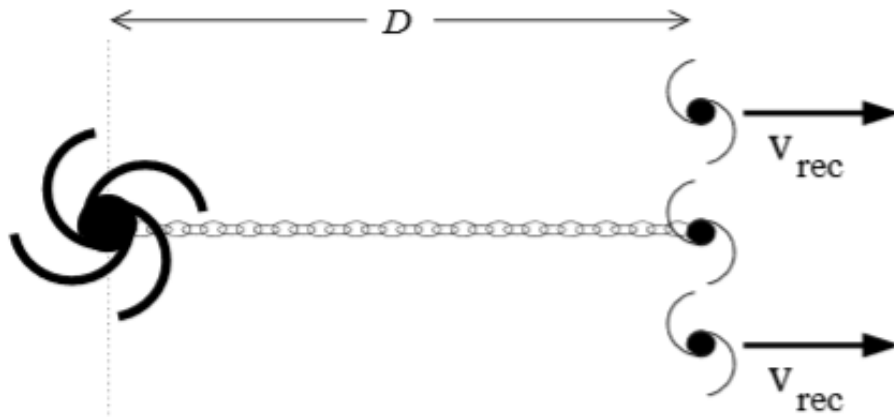


$$v_{\text{now}} = \frac{c}{1-\alpha} [(1+z)^{1-\alpha} - 1],$$

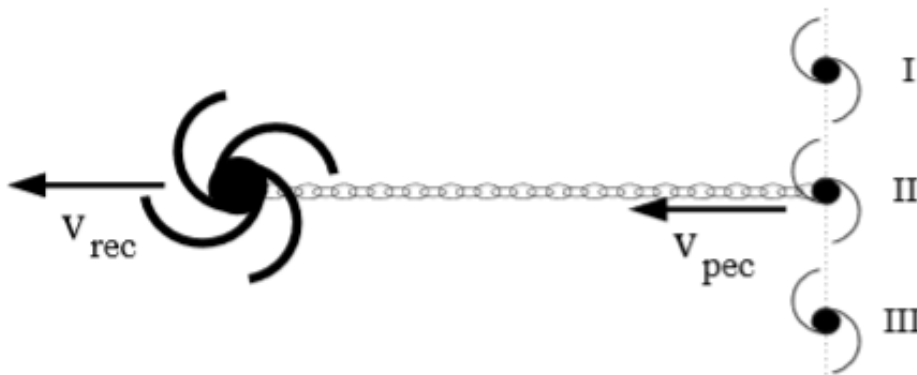
$$v_{\text{em}} = \frac{c}{1-\alpha} [1 - (1+z)^{\alpha-1}].$$

# «Привязанные» галактики

**a**

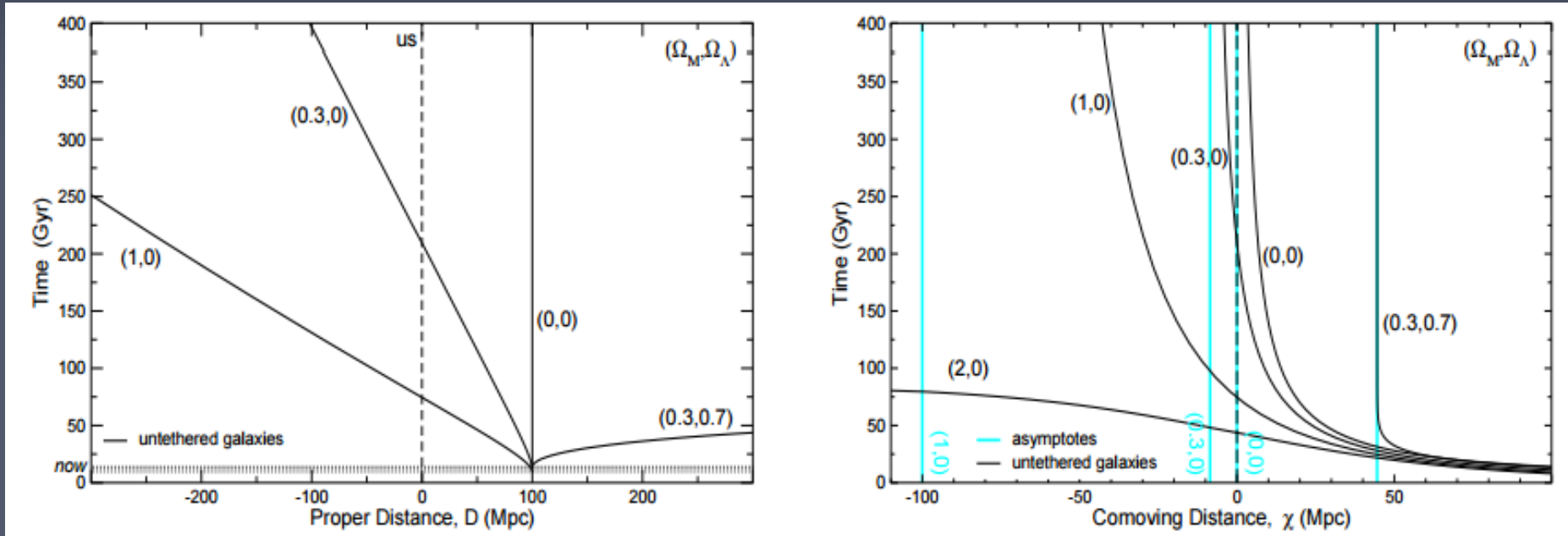


**b**



Представим себе, что мы «выцепили» галактику из хаббловского потока. Тогда у нее появится какая-то peculiarная скорость.

# Движение «отвязанной» галактики



В разных космологиях галактика может как приближаться, так и удаляться. Но галактика все равно «нырнет» обратно в Хаббловский поток.

# Выкачивание энергии из расширения вселенной

Утверждается, что это возможно!

## MINING ENERGY IN AN EXPANDING UNIVERSE

EDWARD R. HARRISON

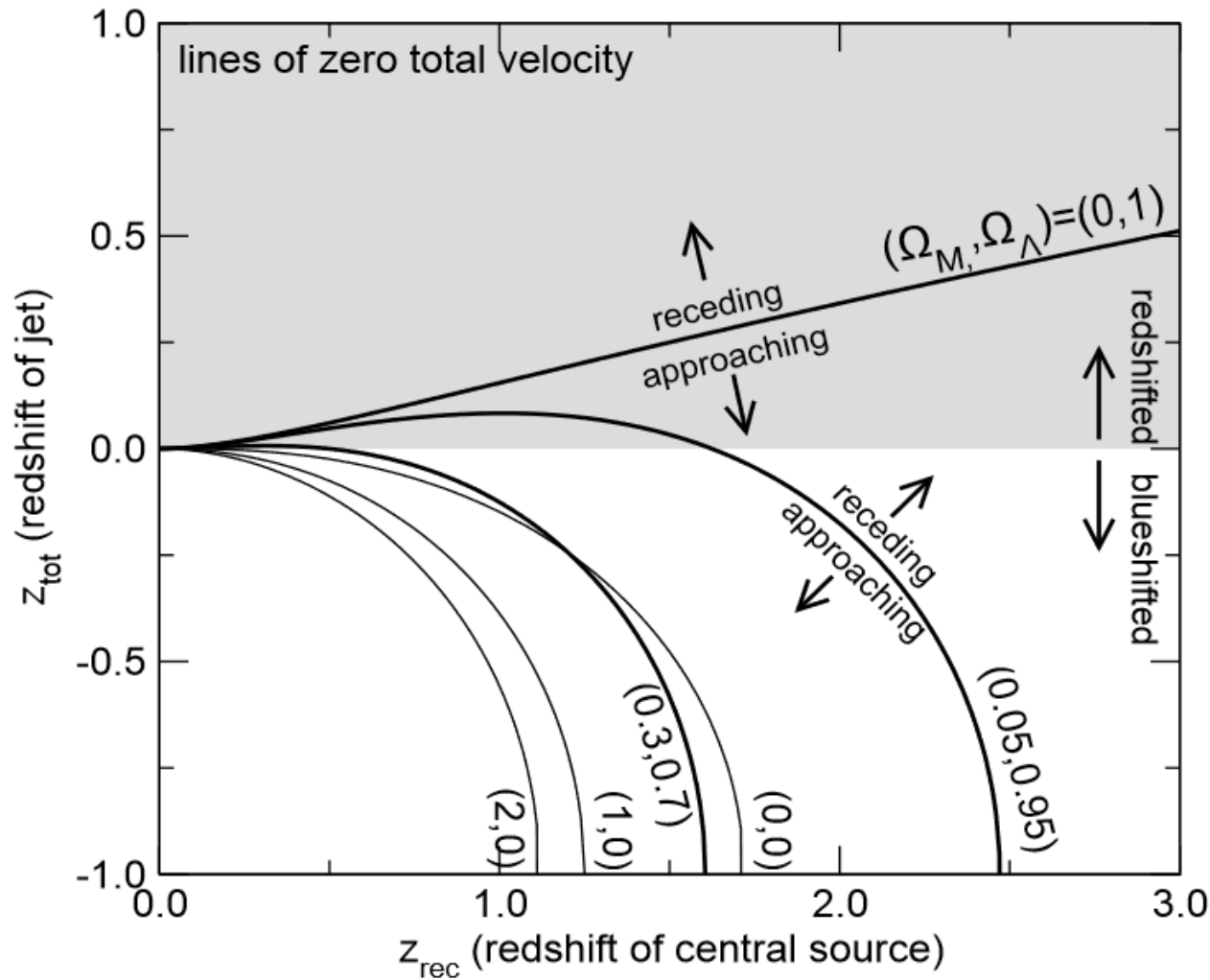
Department of Physics and Astronomy, University of Massachusetts, Amherst, MA 01003

*Received 1994 April 4; accepted 1994 December 13*

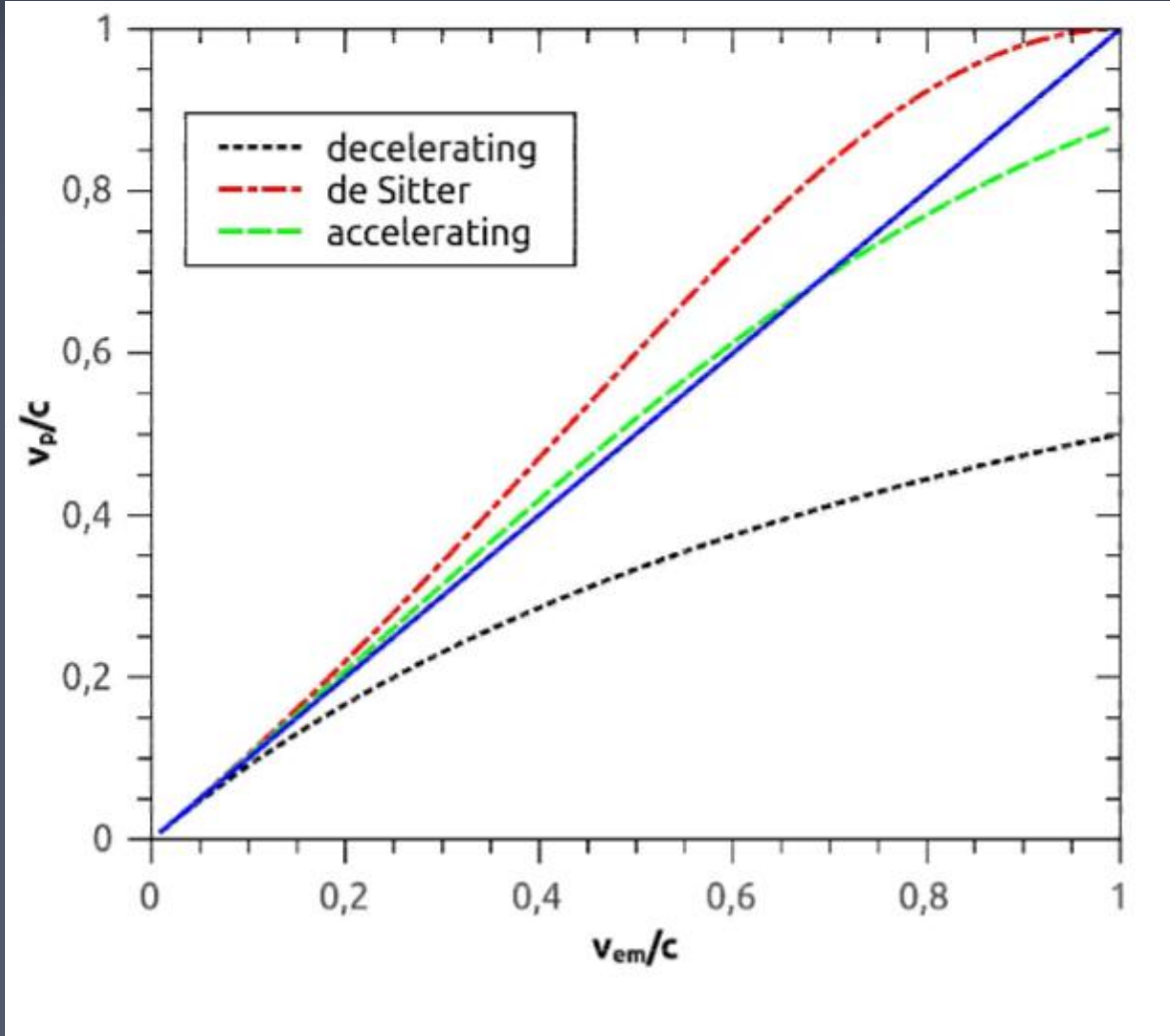
### ABSTRACT

In principle, the expansion of the universe can be harnessed to provide energy. In a gedankenexperiment, energy is gained by connecting together widely separated bodies with strings. The tension and the energy generated are calculated for single strings. Mining energy in an expanding universe in this way raises unresolved issues concerning the conservation of energy. Apparently, the tethered-body experiment delivers “nascent” energy that previously did not exist in any identifiable and quantifiable form. It is argued that energy in a homogeneous and unbounded universe, in general, is not conserved on the cosmic scale.

# Джет из галактики



# Пекулярная скорость и скорость в момент излучения

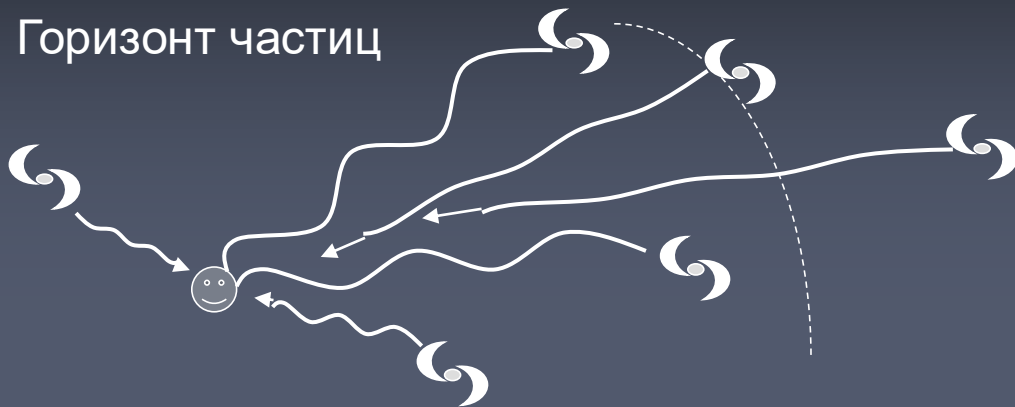


Чтобы оставаться «привязанной», галактике надо очень быстро двигаться относительно соседей.

Существенно помнить, что пекулярная скорость меняется по мере расширения!  
 $V \sim 1/a$

# Космические горизонты

## 1. Горизонт частиц



Этот горизонт соответствует самому далекому объекту, который мы сейчас видим.

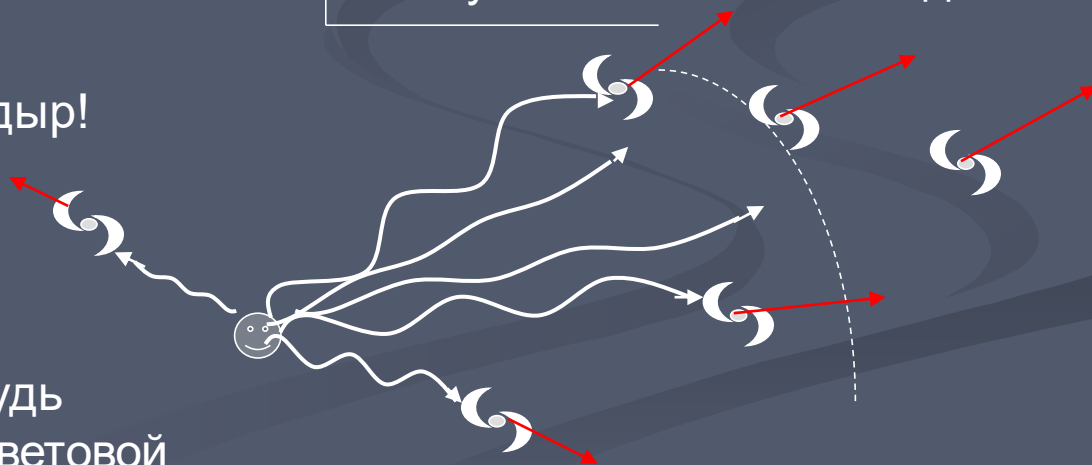
В реальных случаях важно помнить, что мы должны считать не от момента «ноль», а от момента, скажем, образования первых звезд или галактик, или испускания какого-то вида частиц

Сколько свет прошел за время жизни вселенной.

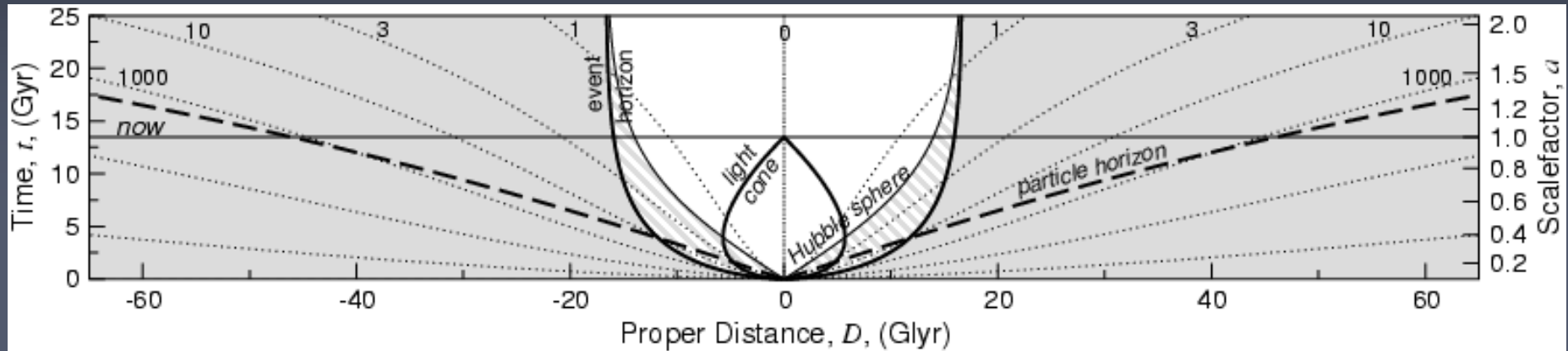
## 2. Горизонт событий

Он не совсем похож на  
Горизонт событий у черных дыр!

Можно сказать, что горизонт событий — это расстояние до самого далекого объекта, до которого когда-нибудь в будущем сможет прийти наш световой сигнал, посланный сейчас.

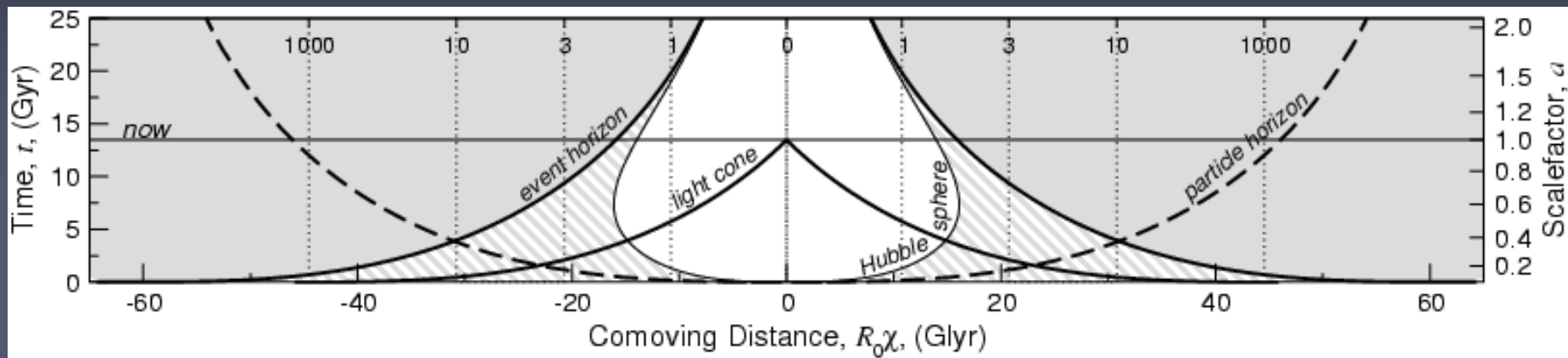


# Горизонты и эволюция



Рисунки соответствуют стандартной на сегодняшний день космологической модели.

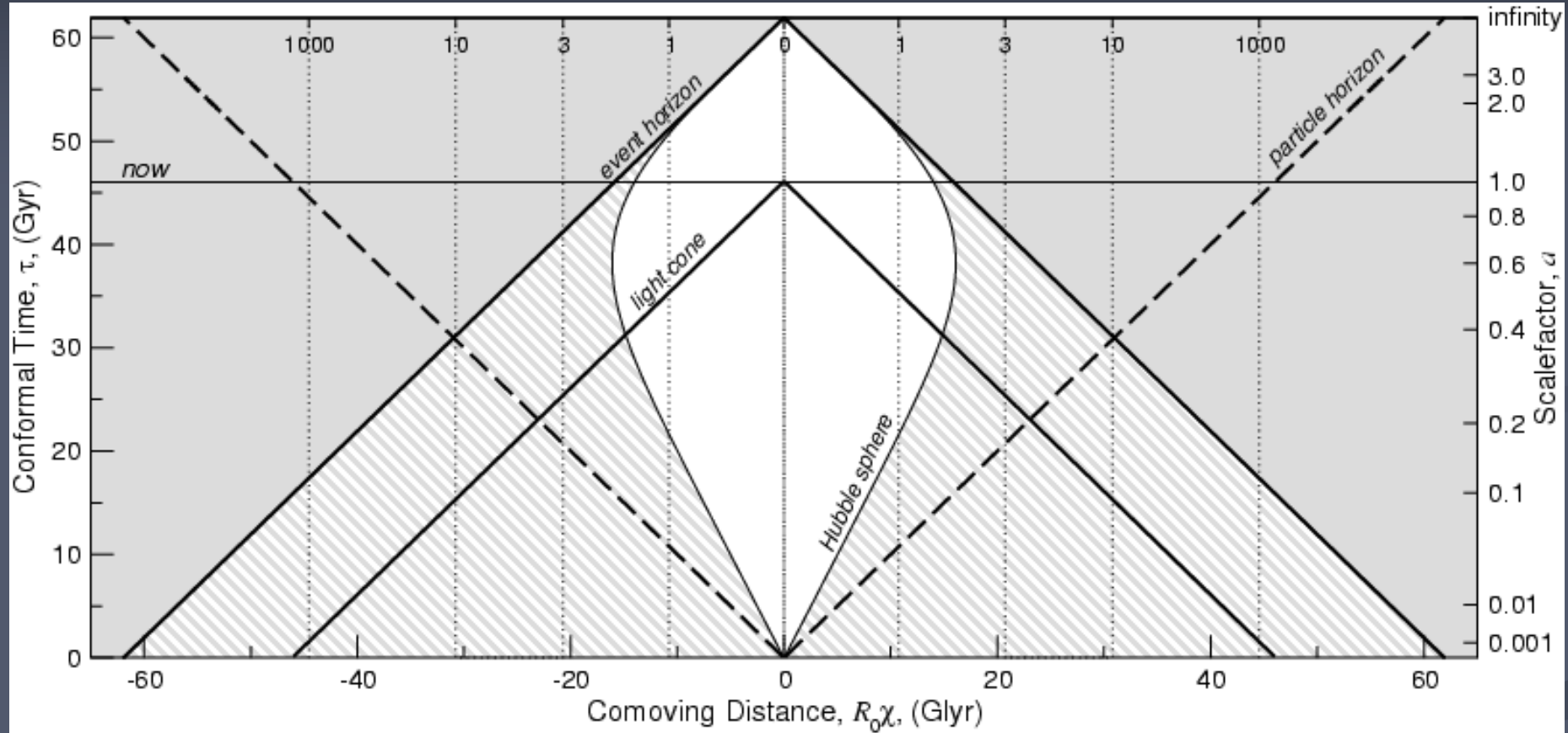
# Сопутствующее расстояние



Рисунки соответствуют стандартной на сегодняшний день космологической модели.

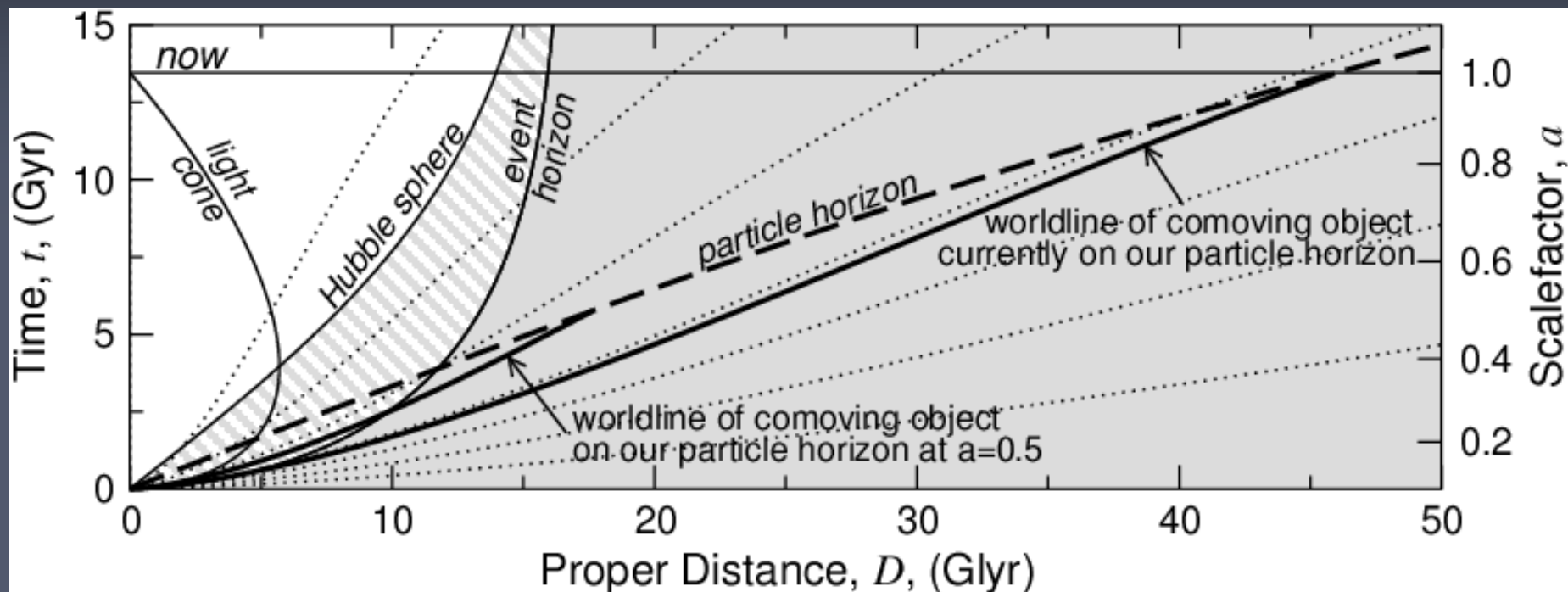
# Конформное время

$$d\tau = dt/a(t)$$



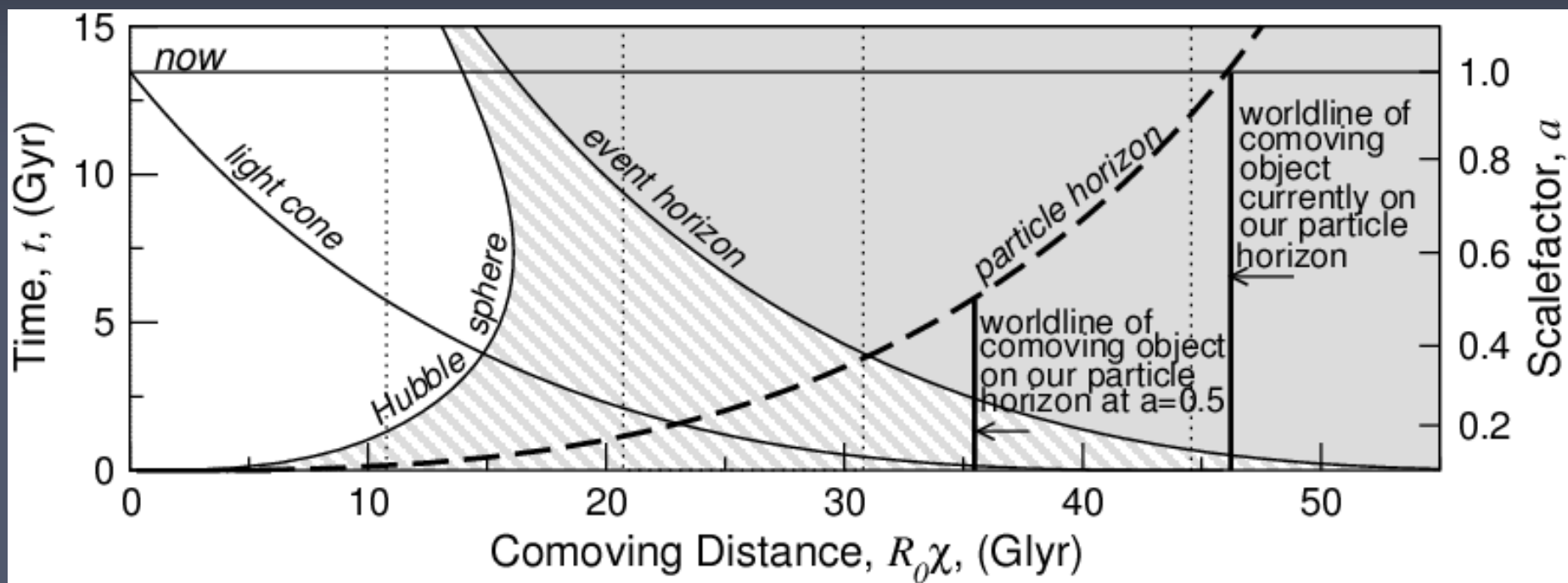
Рисунки соответствуют стандартной на сегодняшний день космологической модели.

# В более мелких деталях ...



Рисунки соответствуют стандартной на сегодняшний день космологической модели.

... а теперь для сопутствующего...



Рисунки соответствуют стандартной на сегодняшний день космологической модели.

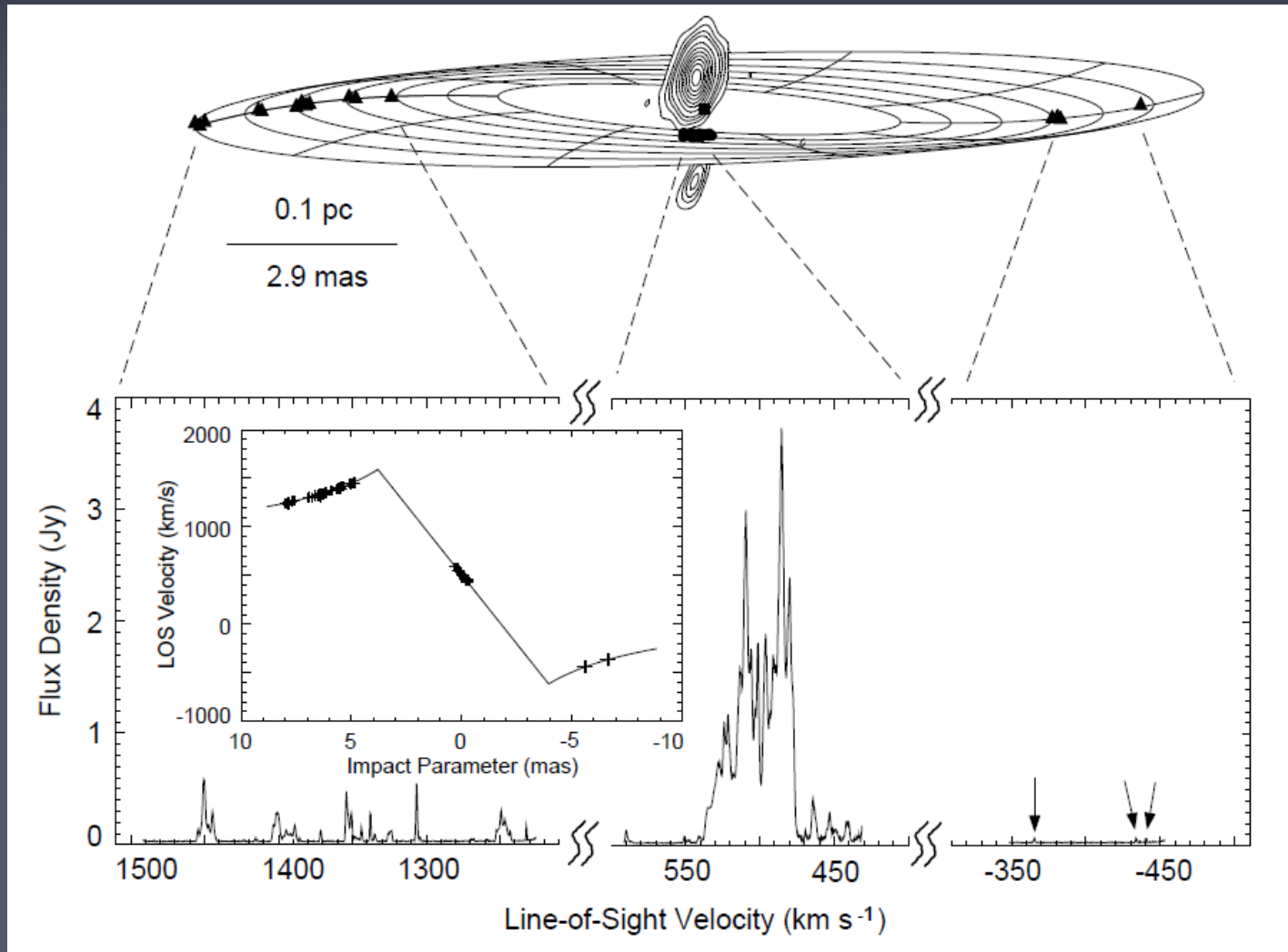
# Как мы можем «увидеть» расширение вселенной?

- Изменение красного смещения
- Изменение фотометрического расстояния
- Изменение углового расстояния
- Изменение расстояния по собственному движению

Вероятнее всего первым будет зарегистрировано изменение красного смещения. Это потребует ввода нового поколения спектрографов на новых телескопах.

Затем, видимо, удастся увидеть изменение углового расстояния, измеряемого по наблюдениям мазерных источников (arXiv: 1207.7273, 1402.3590).

# Расстояние и мазеры



Измеряют:

- Собственное движение
- Скорости
- Ускорение

Все вместе позволяет определить расстояние прямым геометрическим методом.

Это угловое расстояние.

# Угловое расстояние

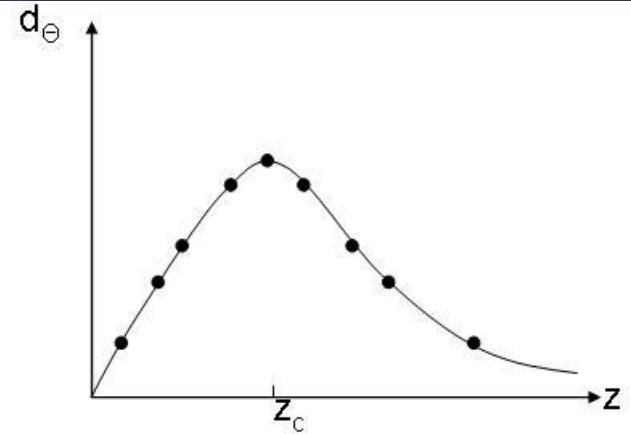
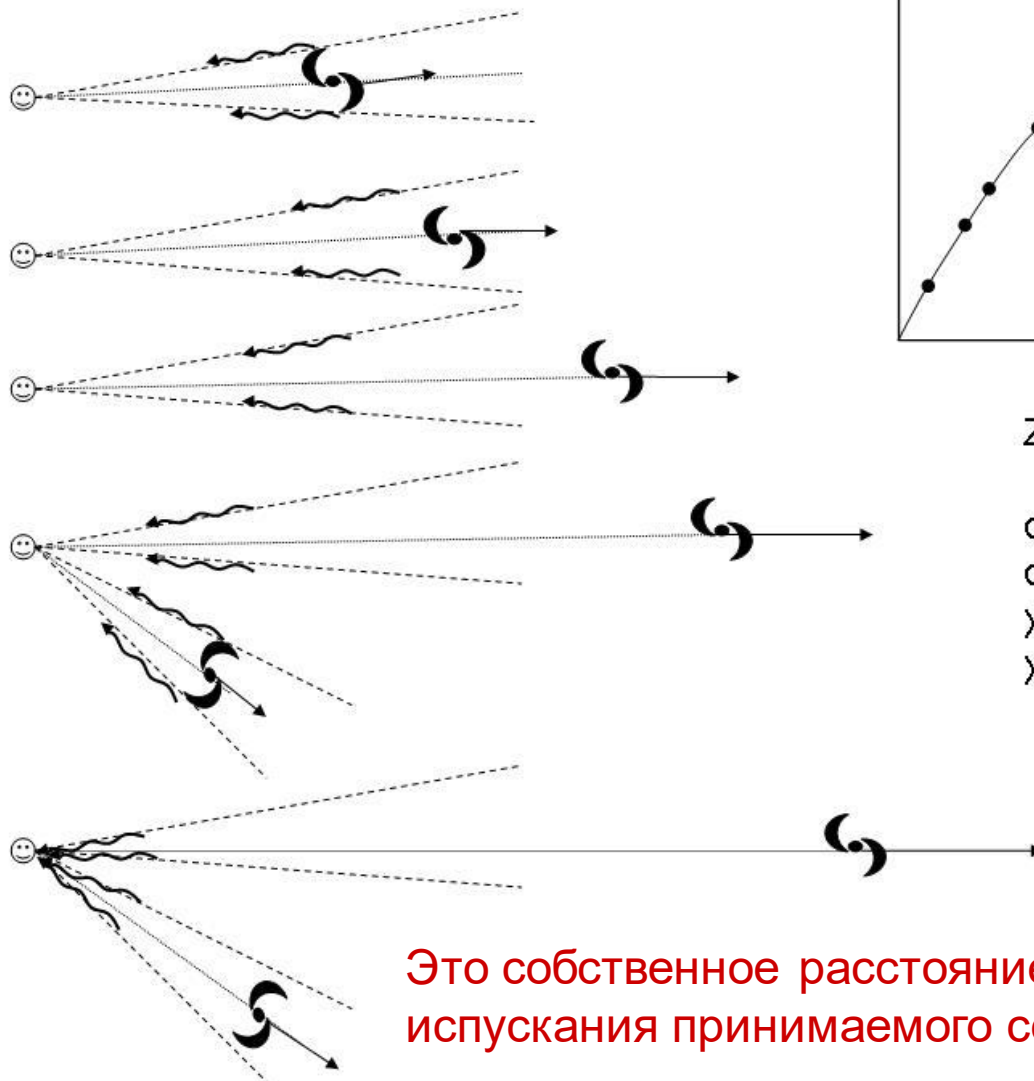
Размер  $s$



$\alpha$



$$d = s / \tan \alpha$$

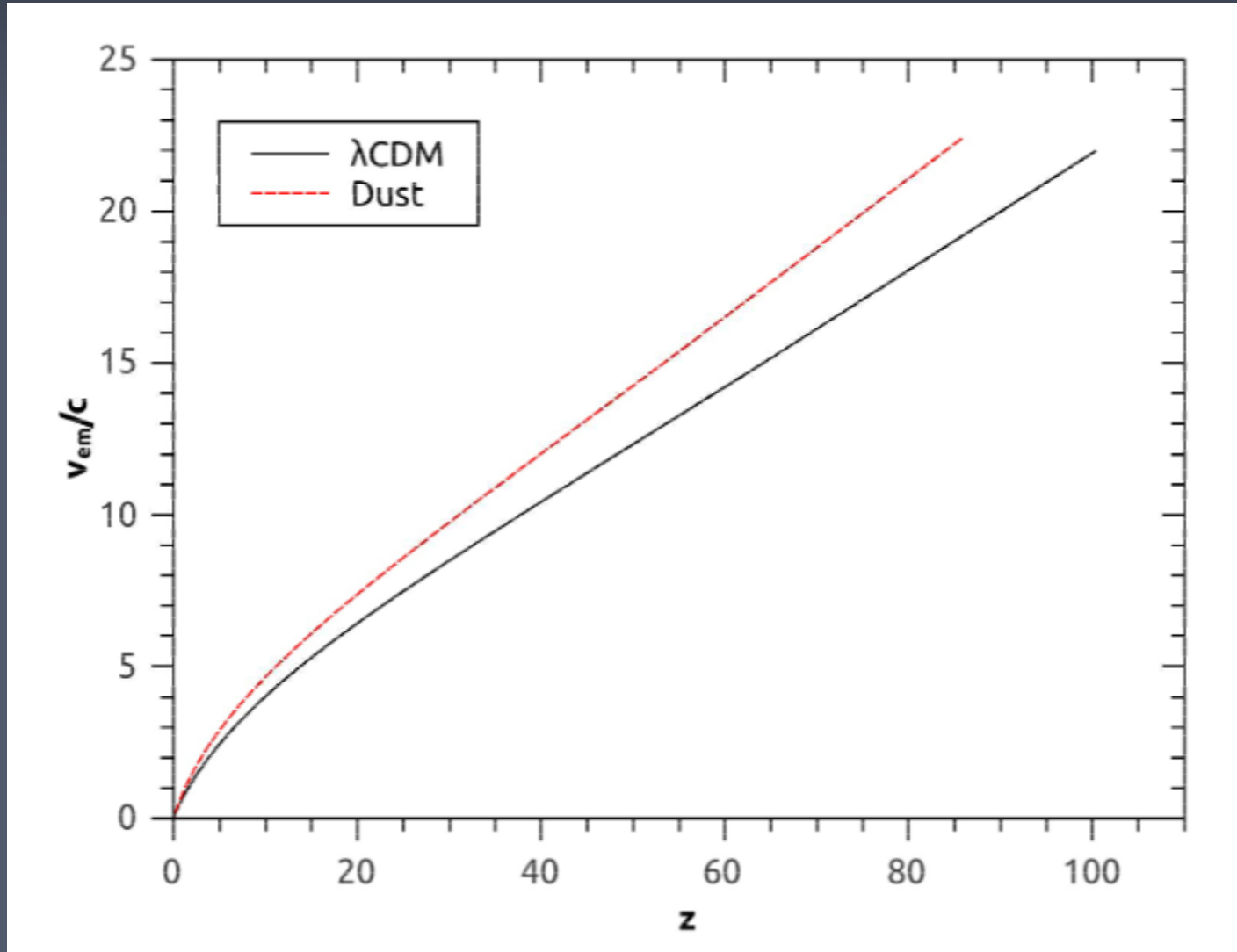


$$z_c: v_{em} = c$$

$$\begin{aligned} d_{\theta 1} &= d_{\theta 2} \\ d_{em1} &= d_{em2} \\ \chi_1 a(t_{em1}) &= \chi_2 a(t_{em2}) \\ \chi_1 > \chi_2, a(t_{em1}) &< a(t_{em2}) \end{aligned}$$

Это собственное расстояние на момент  
испускания принимаемого сейчас излучения!

# Скорость в момент излучения в разных космологиях

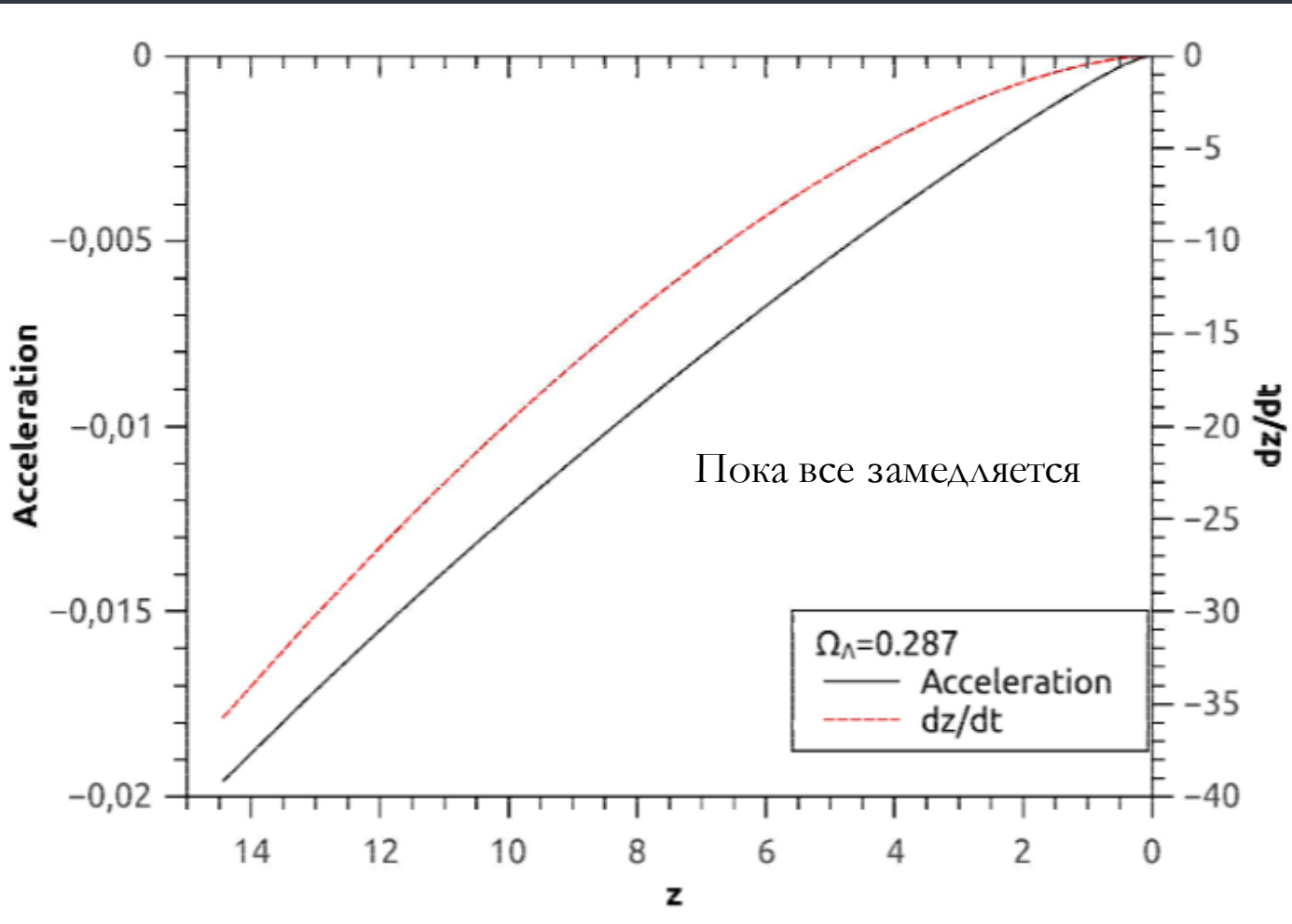


# Ускорения в КОСМОЛОГИИ

Как и со скоростями, здесь есть несколько возможностей:

- Есть ускорение «с точки зрения бога»
- Есть ускорение, которое можно частично наблюдать, частично вычислять
- Наконец, есть ускорение, которое можно целиком получить из наблюдений

# Ускорение в разные моменты

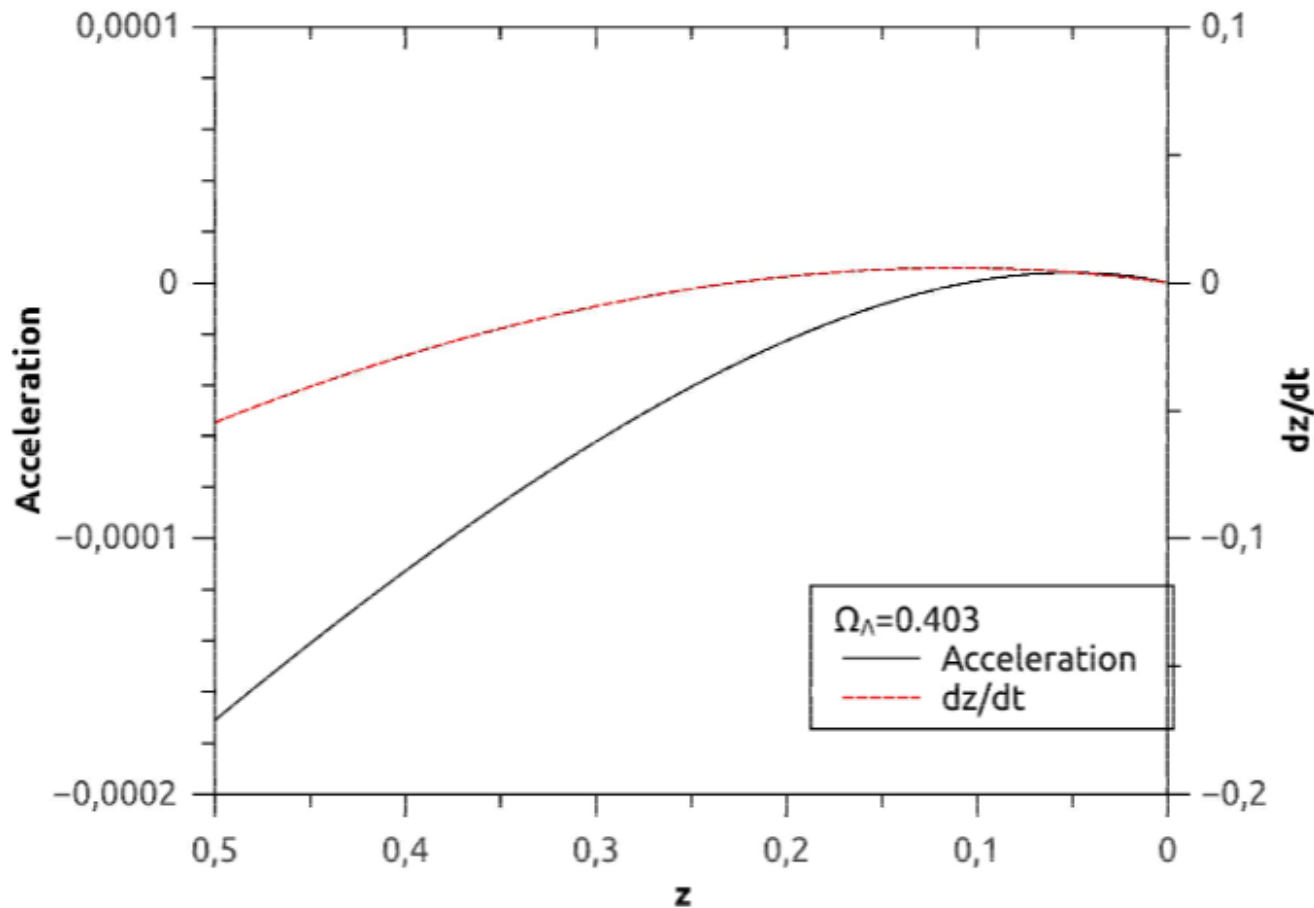


$$\mathfrak{A}_2 = dv_{em}/\Delta t_{obs},$$

$$\mathfrak{A}_2 = \ddot{a}(t_{em})\chi/(1+z).$$

$$\mathfrak{A}_2 = \frac{dv_{em}}{dz} \frac{dz}{dt},$$

Это ускорение частично вычисляется, оно характеризует изменение скорости изменения собственного расстояния в момент испускания излучения по часам наблюдателя.

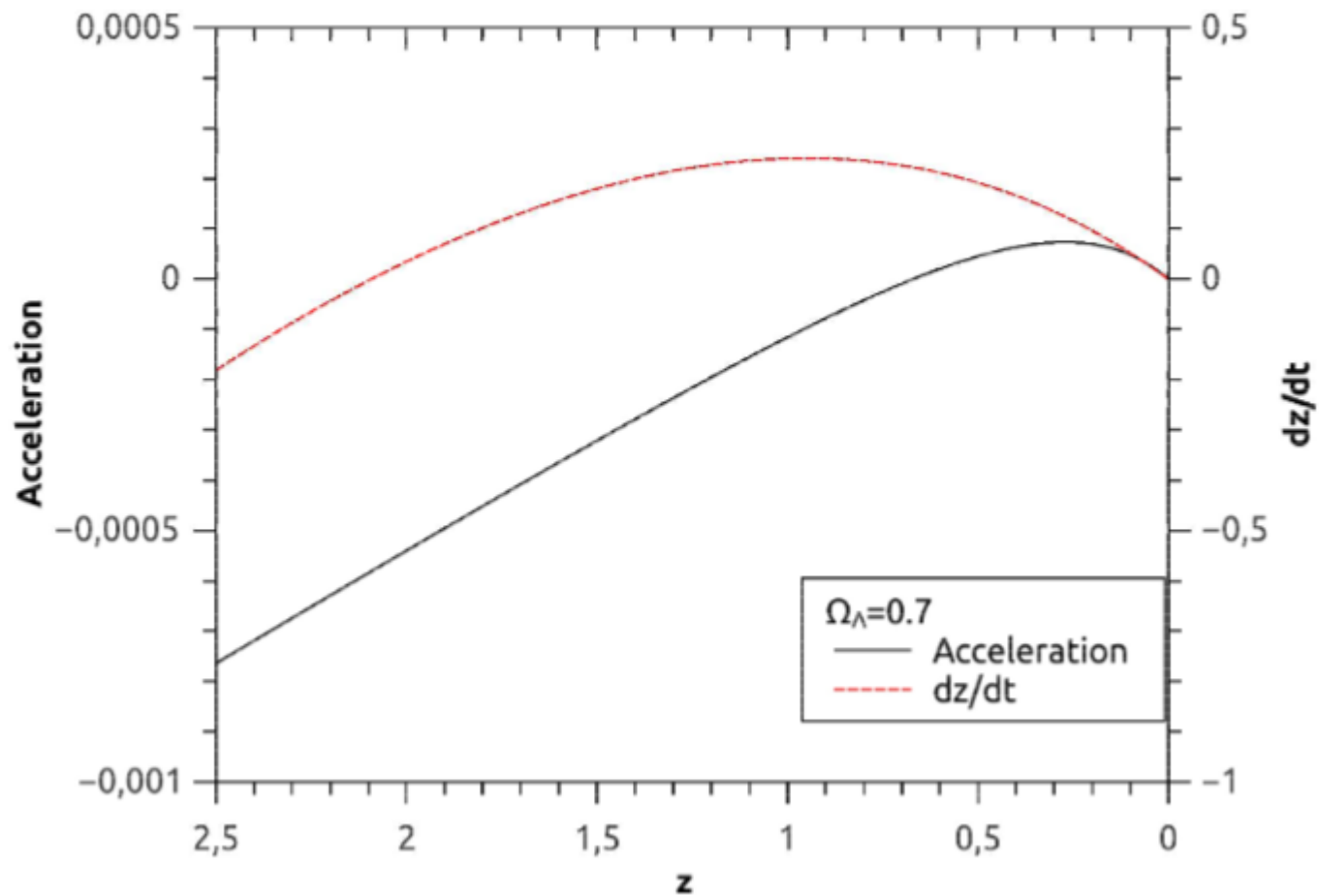


$$\mathfrak{A}_2 = dv_{em}/\Delta t_{obs},$$

$$\mathfrak{A}_2 = \ddot{a}(t_{em})\chi/(1+z).$$

$$\mathfrak{A}_2 = \frac{dv_{em}}{dz} \frac{dz}{dt},$$

Постепенно начинается ускорение

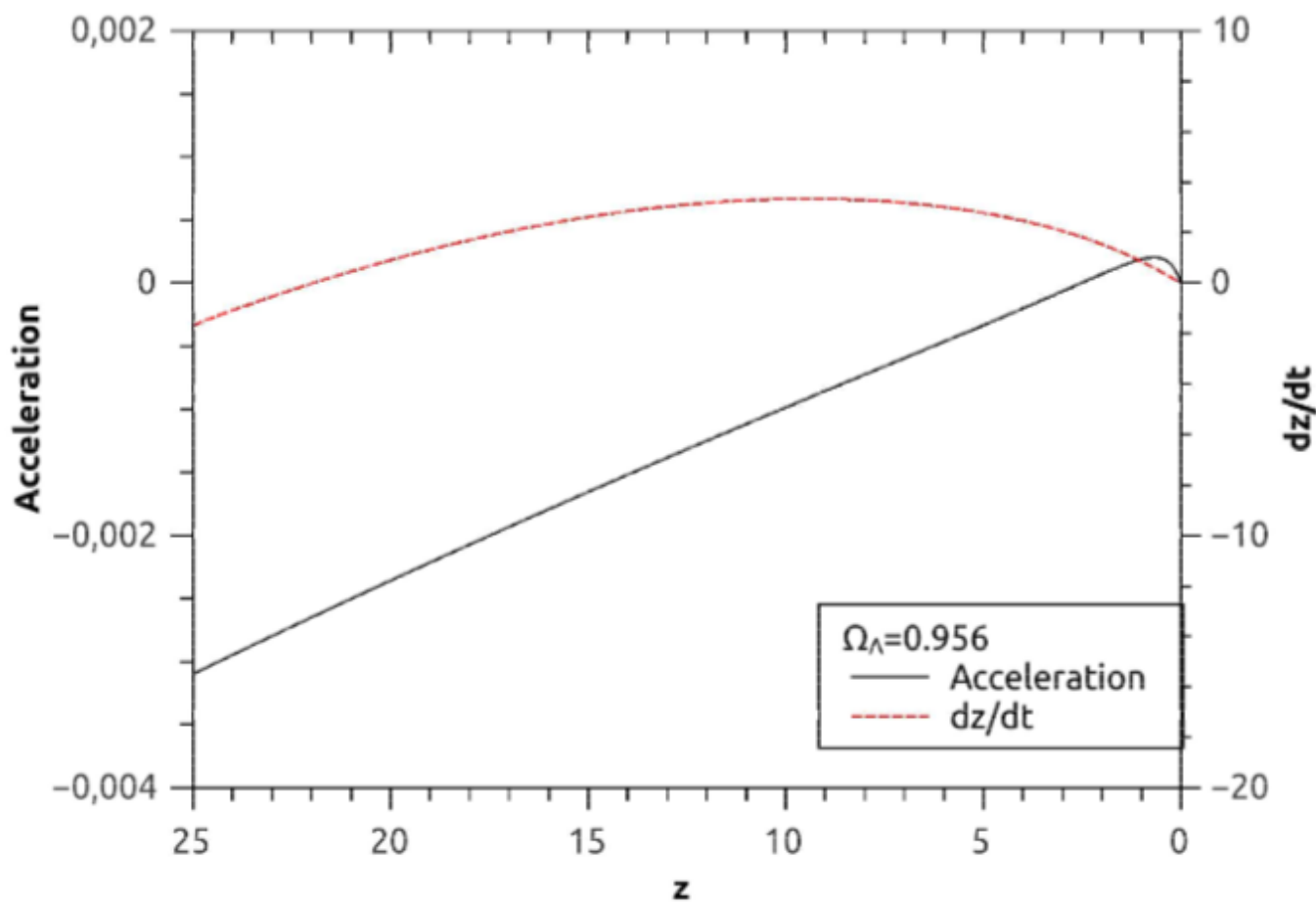


$$\mathfrak{A}_2 = dv_{em}/\Delta t_{obs},$$

$$\mathfrak{A}_2 = \ddot{a}(t_{em})\chi/(1+z).$$

$$\mathfrak{A}_2 = \frac{dv_{em}}{dz} \frac{dz}{dt},$$

В настоящее время



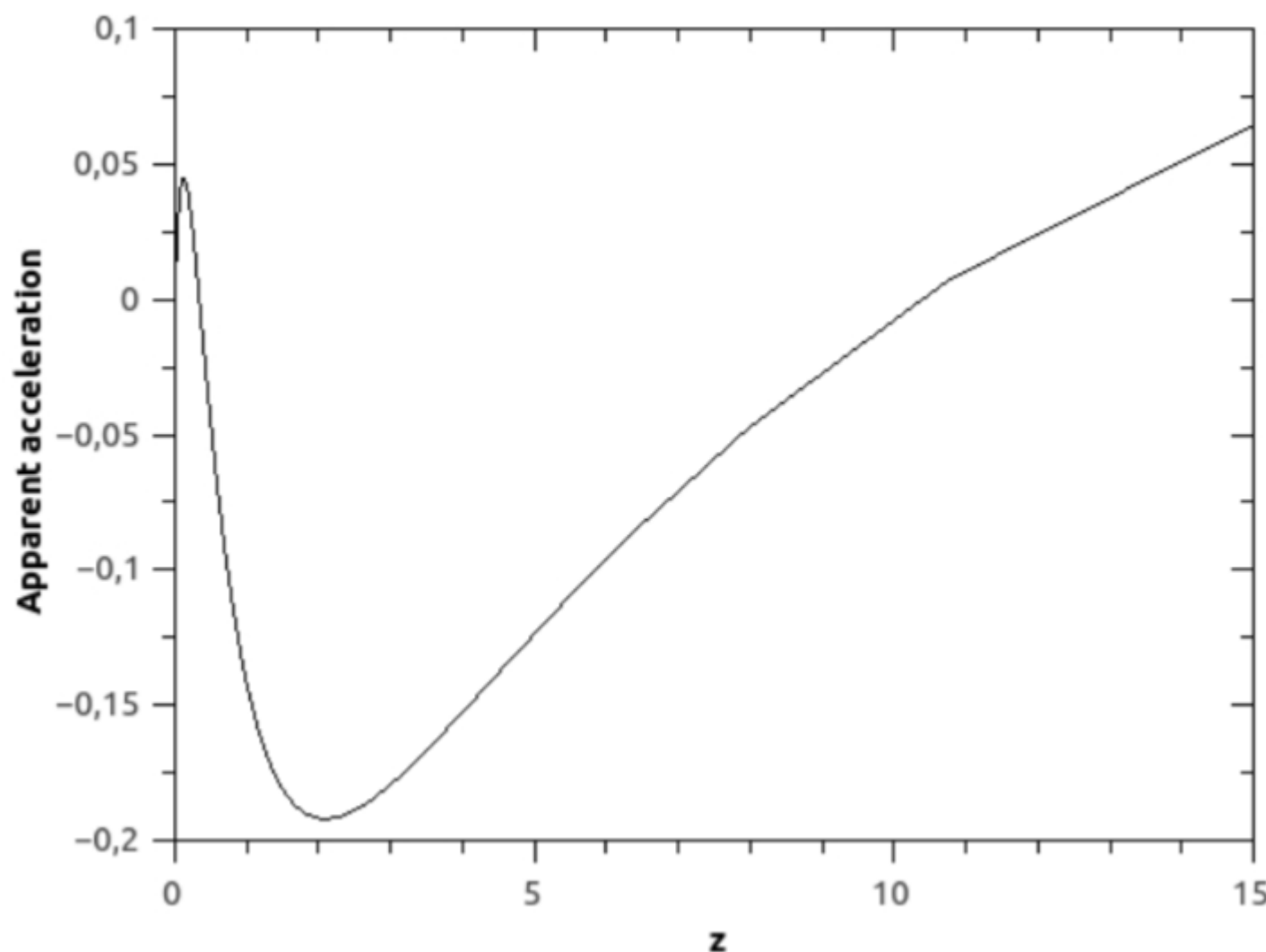
$$\mathfrak{A}_2 = dv_{em}/\Delta t_{obs},$$

$$\mathfrak{A}_2 = \ddot{a}(t_{em})\chi/(1+z).$$

$$\mathfrak{A}_2 = \frac{dv_{em}}{dz} \frac{dz}{dt},$$

В будущем. Видно, как вселенная ускоряется.

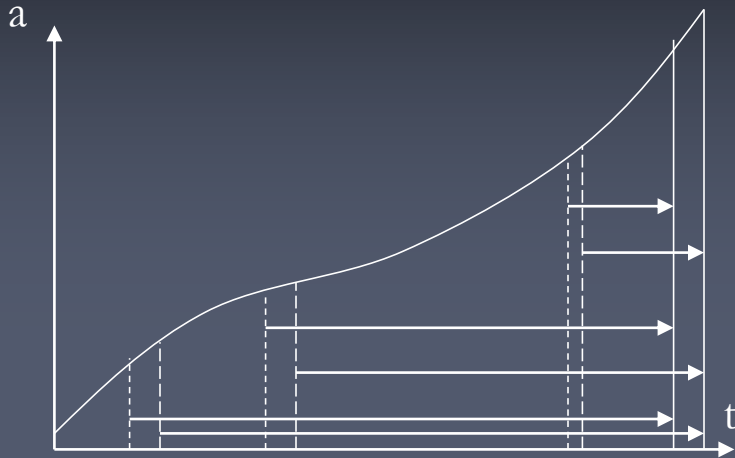
# Непосредственно измеряемое ускорение



$$\mathfrak{A}_3 = dv_{app}/\Delta t_{obs}$$

Изменение видимой скорости по часам наблюдателя

# Как меняется красное смещение?



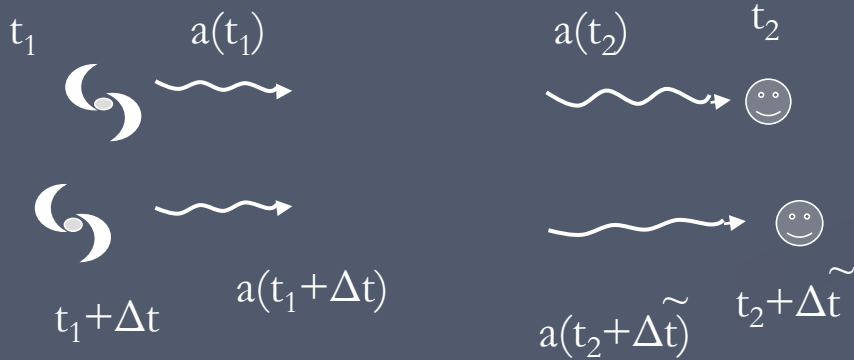
$$z+1 = a(t_2)/a(t_1)$$

$$\Delta z = a(t_2 + \Delta \tilde{t})/a(t_1 + \Delta t) - a(t_2)/a(t_1)$$

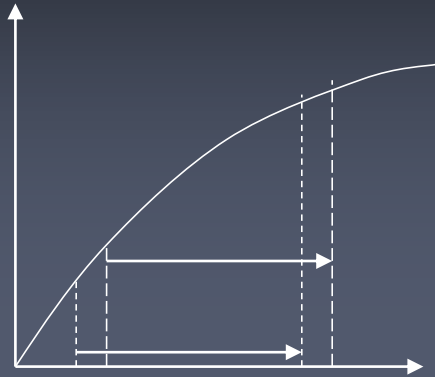
Вселенная все время расширяется,  
но иногда это происходит быстрее,  
иногда — медленнее.

Изменение красного смещения показывает,  
как изменилась динамика расширения  
вселенной с момента излучения к настоящему.

$$\frac{dz}{dt} = H_0[1 + z - (1 + z)^\alpha].$$



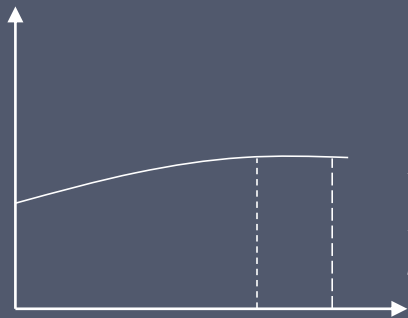
# Замедляющаяся вселенная



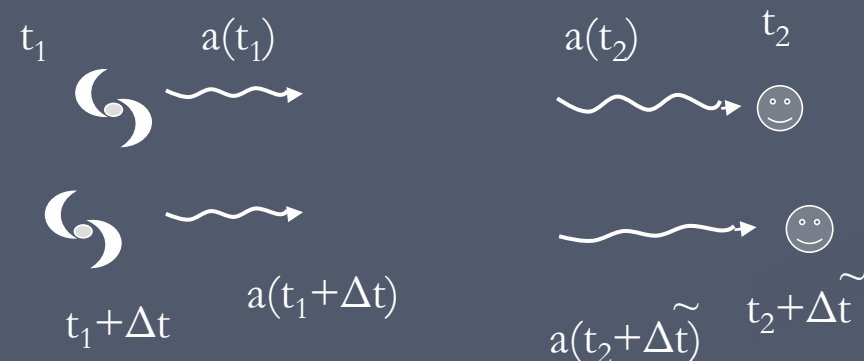
$$z+1 = a(t_2)/a(t_1)$$

$$\Delta z = a(t_2 + \Delta \tilde{t})/a(t_1 + \Delta t) - a(t_2)/a(t_1)$$

Числитель растет медленнее, чем знаменатель.  
Поэтому красное смещение данного объекта со временем будет уменьшаться.



Масштабный фактор  
практически не меняется,  
т.к. расширение замедлилось.

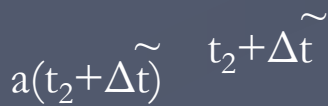
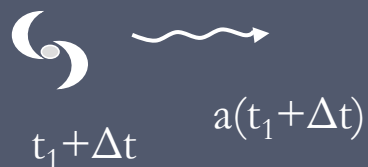
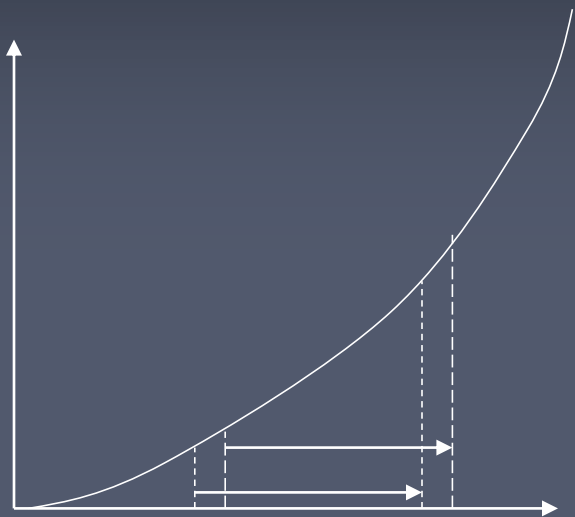


# Ускоряющаяся вселенная

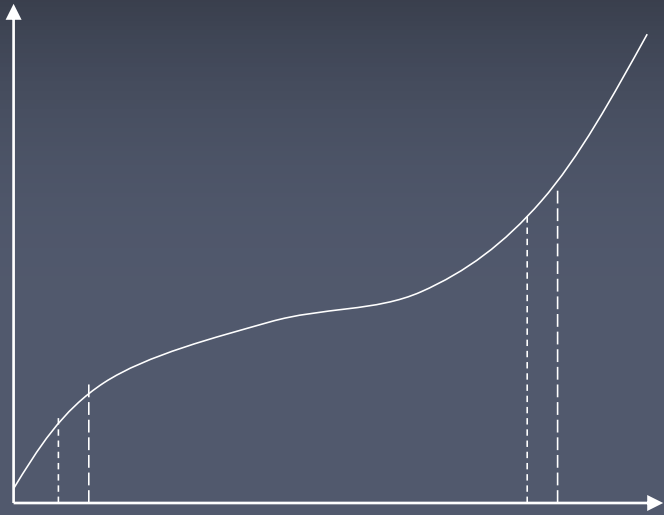
$$z+1 = a(t_2)/a(t_1)$$

$$\Delta z = a(t_2 + \Delta \tilde{t})/a(t_1 + \Delta t) - a(t_2)/a(t_1)$$

Числитель растет быстрее знаменателя,  
поэтому красное смещение будет расти.



# Реалистичная вселенная

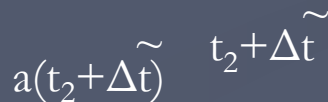
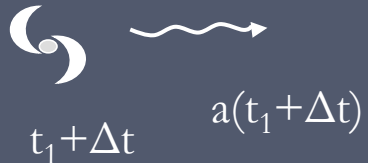
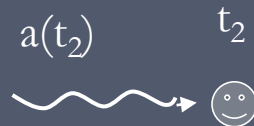


$$z+1 = a(t_2)/a(t_1)$$

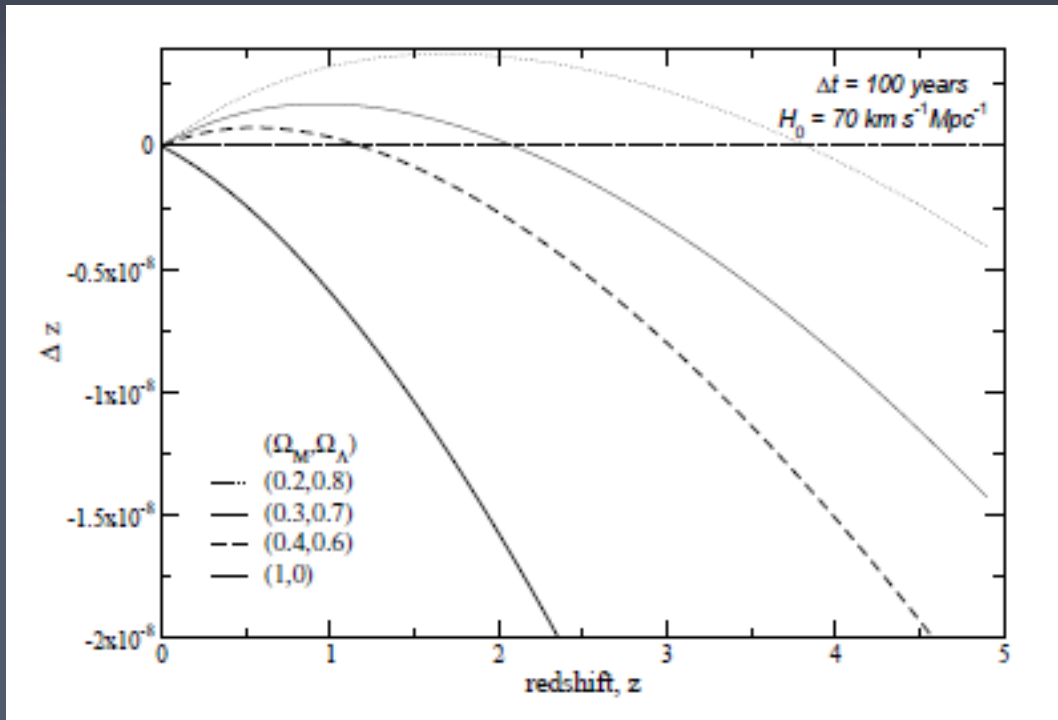
$$\Delta z = a(t_2 + \Delta \tilde{t})/a(t_1 + \Delta t) - a(t_2)/a(t_1)$$

Здесь ситуация сложнее,  
т.к. в начале вселенная расширялась  
с замедлением, а потом — с ускорением.

Соответственно, если мы проводим сейчас  
наблюдения с высокой точностью, то мы  
увидим, что далекие галактики «синеют»,  
а близкие — краснеют.



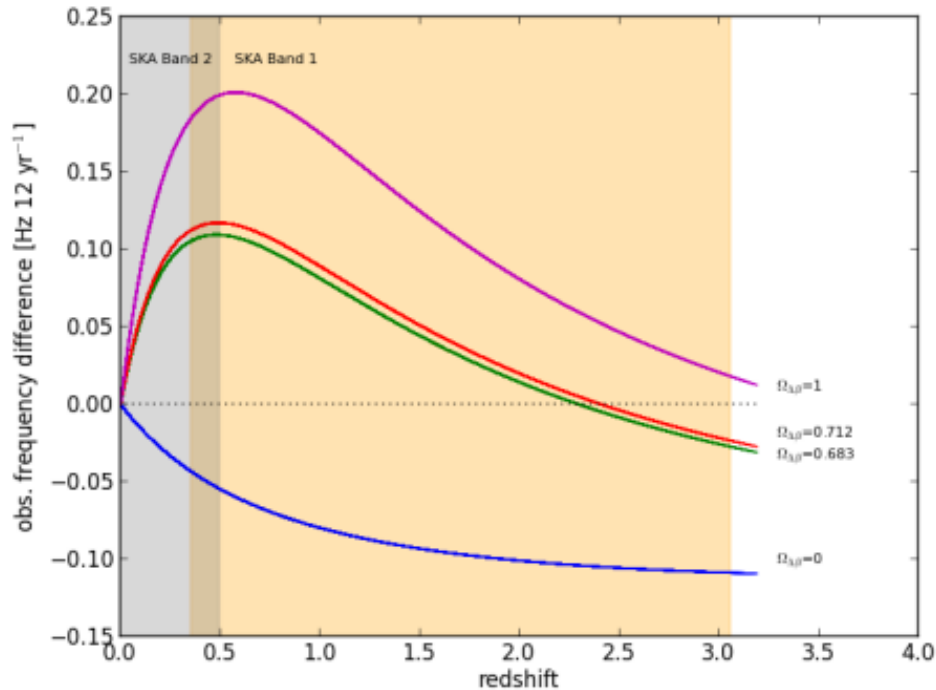
# Красное смещение в $\Lambda$ CDM



Красное смещение объектов с  $z < 2$  будет расти, а более далеких - уменьшаться

Davis et al. (astro-ph/0310808)

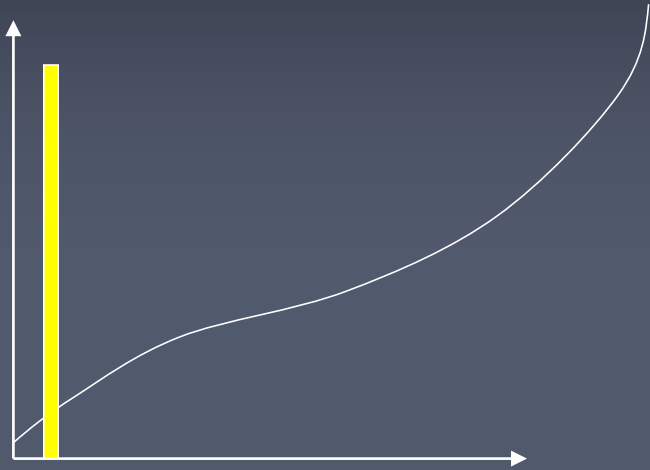
# SKA



За 12 лет наблюдений на SKA2  
можно будет надеяться что-то увидеть.  
За 50 лет работы мы получим данные  
по темпу расширения вплоть до  $z=1$   
с точность несколько процентов



# Красное смещение реликтового излучения



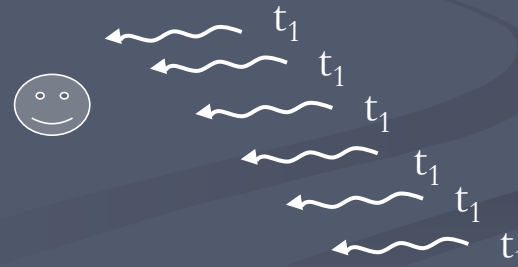
Реликтовое излучение мы всегда видим таким, каким оно было в момент «освобождения»

$$z = a(t_2) / a(t_1)$$

$$\Delta z = a(t_2 + \Delta t) / a(t_1) - a(t_2) / a(t_1)$$



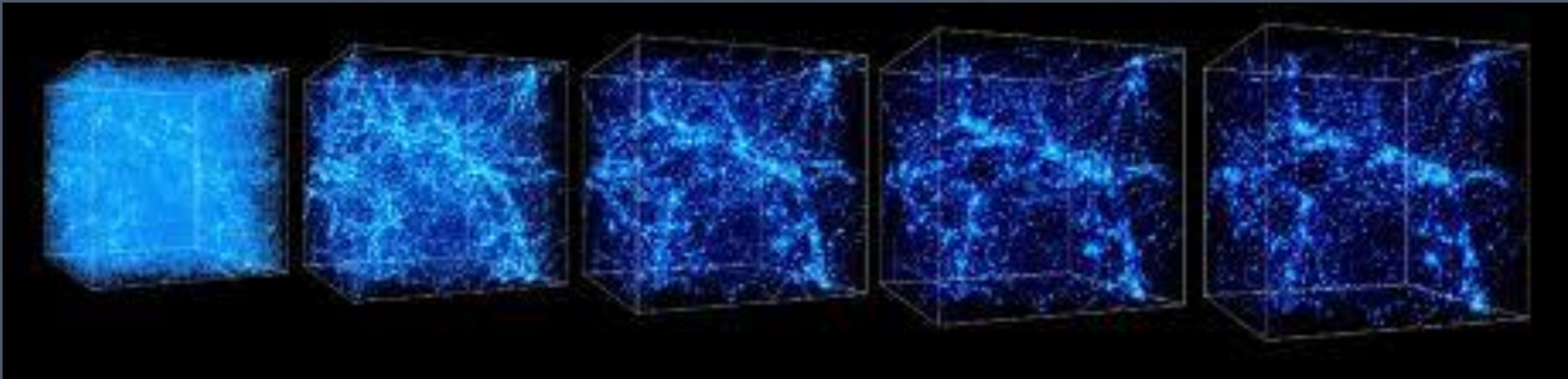
Поэтому красное смещение реликтового излучения всегда растет, вне зависимости от того, какова динамика расширения вселенной.





# Подведем итоги....

- У нас есть большой комплекс данных, говорящий о том, что вселенная расширяется, эволюционирует и имеет конечный возраст.
- Для расчетов в космологии надо применять ОТО, а не СТО
- Галактики могут удаляться от нас быстрее скорости света, и мы их видим!
- Мы не знаем конечно ли наша вселенная, но нет данных в пользу конечности
- Есть разные определения расстояния и скорости в космологии
- Для реальных объектов существуют горизонты частиц и событий

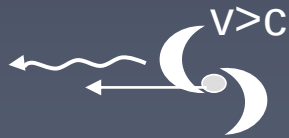


# Что читать

1. «Сверхсветовое разбегание галактик и горизонты Вселенной: путаница в тонкостях» С. Попов. Сайт Астронет. <http://www.astronet.ru/db/msg/11948302>
2. «За горизонтом вселенских событий» С.Попов, А. Топоренский. Вокруг Света 2006 Март (<http://www.vokrugsveta.ru/vs/article/2557/>)
3. «Хаббловский поток в картине наблюдателя» А. Топоренский, С. Попов УФН 2014 г. N7 <http://www.ufn.ru>; arXiv: [1311.2472](https://arxiv.org/abs/1311.2472)
4. «Не боги расширение вселенной наблюдают» С. Попов, А. Топоренский Вселенная.Пространство. Время. 2014 февраль, март (см. также Астронет <http://www.astronet.ru/db/msg/1307314>)
5. «Куда смешается красное смещение?» С. Попов, А. Топоренский Вселенная.Пространство. Время. 2014 июль (см. также Астронет <http://www.astronet.ru/db/msg/1320286>)
6. «Cosmological redshift, recession velocities and acceleration measures in FRW cosmologies» A. Toporensky, S. Popov arXiv: 1503.05147

# Что значит «быстрее света»?

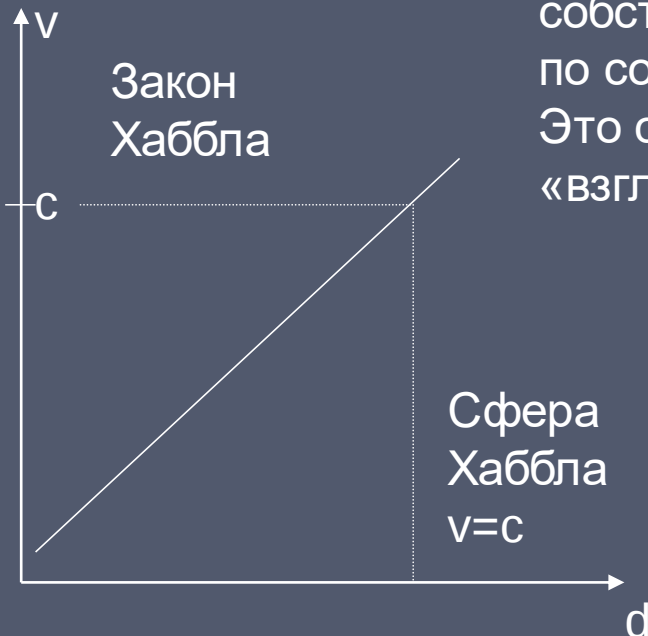
$v$  – скорость удаления



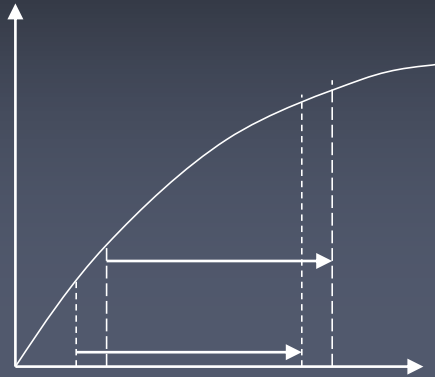
Свет же удаляется  
со скоростью  
 $v + c > v > c$

(скорости складываются  
по галилеевскому закону,  
не надо применять здесь  
релятивистский закон из СТО)

Речь идет о  
скорости изменения  
собственного расстояния  
по собственному времени.  
Это соответствует  
«взгляду бога».



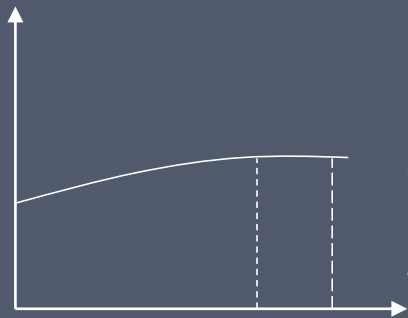
# Замедляющаяся вселенная



$$z+1 = a(t_2)/a(t_1)$$

$$\Delta z = a(t_2 + \tilde{\Delta t})/a(t_1 + \Delta t) - a(t_2)/a(t_1)$$

Числитель растет медленнее, чем знаменатель.  
Поэтому красное смещение данного объекта со временем будет уменьшаться.



Масштабный фактор  
практически не меняется,  
т.к. расширение замедлилось.

